

数学クォータ科目「基礎数学Ⅰ」第11回

# 三角関数とそのグラフ

佐藤 弘康 / 日本工業大学 共通教育学群

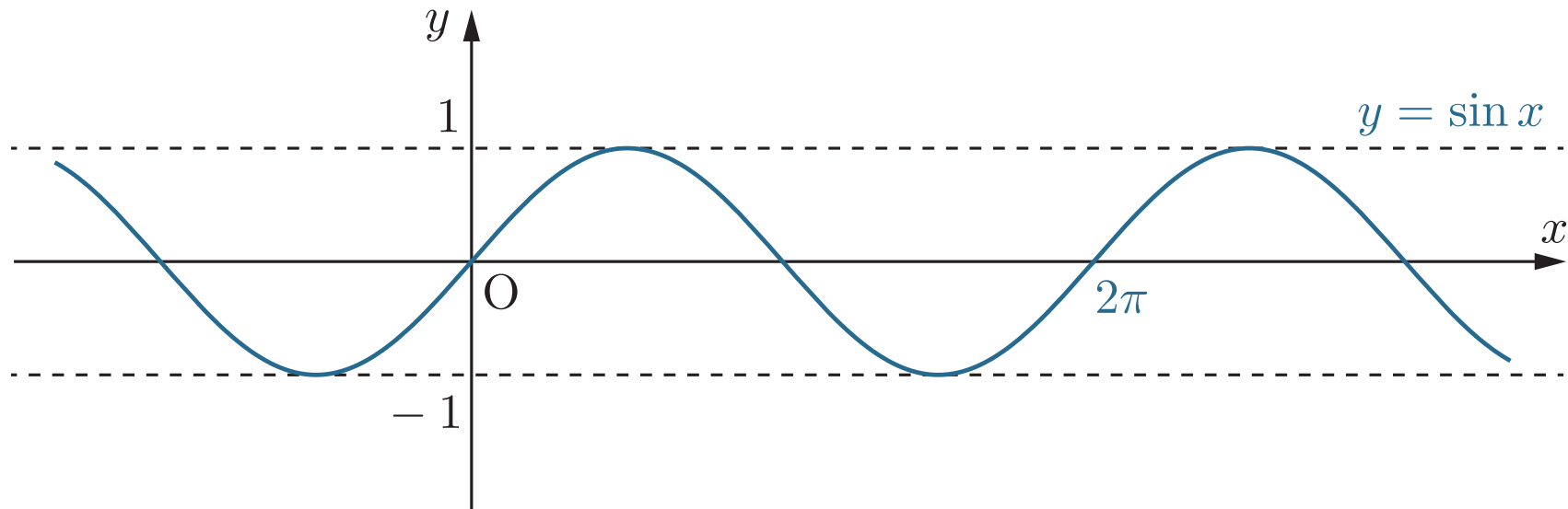
# 今回の授業で理解してほしいこと

---

- 三角関数の性質（周期，振幅）
- 三角関数のグラフ

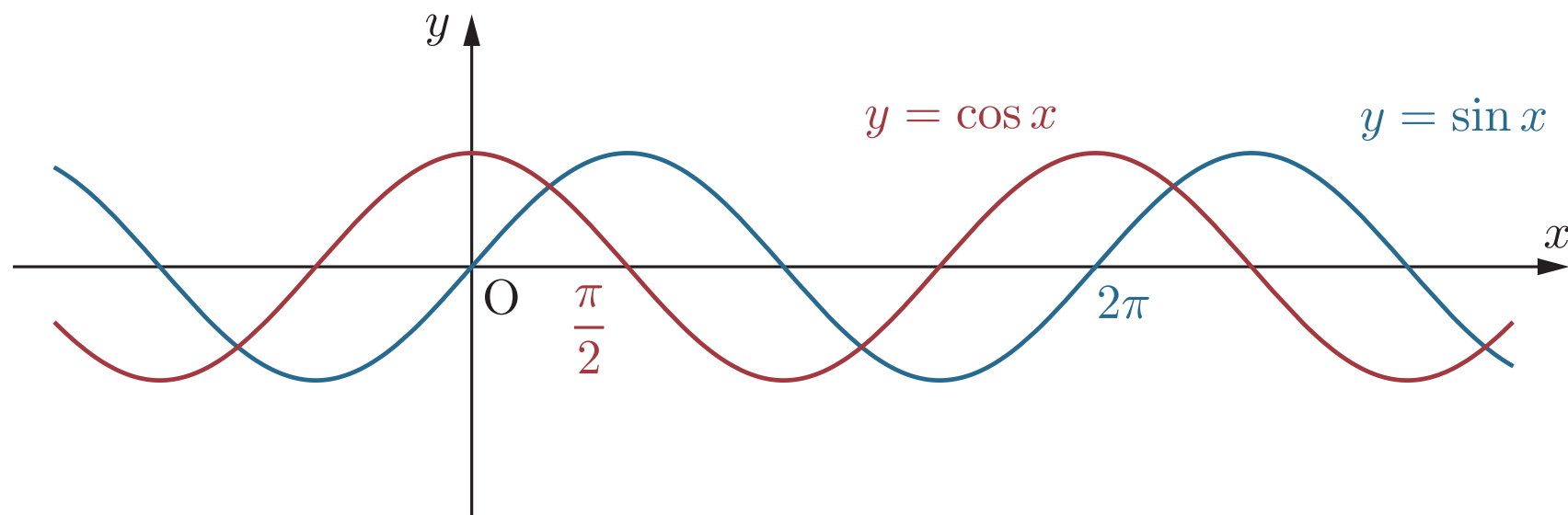
# 正弦関数 $y = \sin x$ のグラフ

- $y = \sin x$  のグラフは
  - 増加と減少を繰り返す波型の曲線（正弦波）である。
  - $2\pi$  ごとに同じパターンが現れる（ $\sin x$  は周期  $2\pi$  の周期関数）。
  - $-1 \leq \sin x \leq 1$  より、 $y = -1$  から  $y = 1$  の間の領域の曲線である。



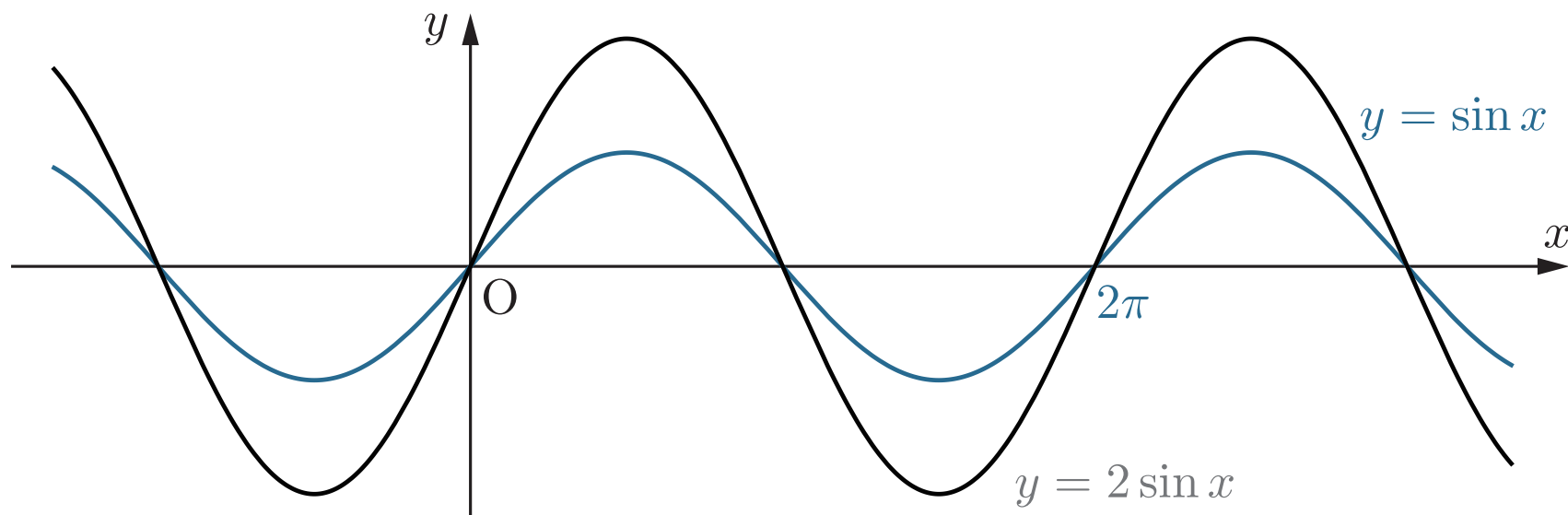
# 余弦関数 $y = \cos x$ のグラフ

- $y = \cos x$  のグラフは
  - 増加と減少を繰り返す**波型の曲線**（正弦波）である。
  - $2\pi$  ごとに同じパターンが現れる（ $\sin x$  は周期  $2\pi$  の**周期関数**）。
  - $-1 \leq \cos x \leq 1$  より、 $y = -1$  から  $y = 1$  の間の領域の曲線である。
  - $\cos x = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$  より、  
 $y = \sin x$  のグラフを  $x$  軸負の方向に  $\frac{\pi}{2}$  だけずらした曲線 である。



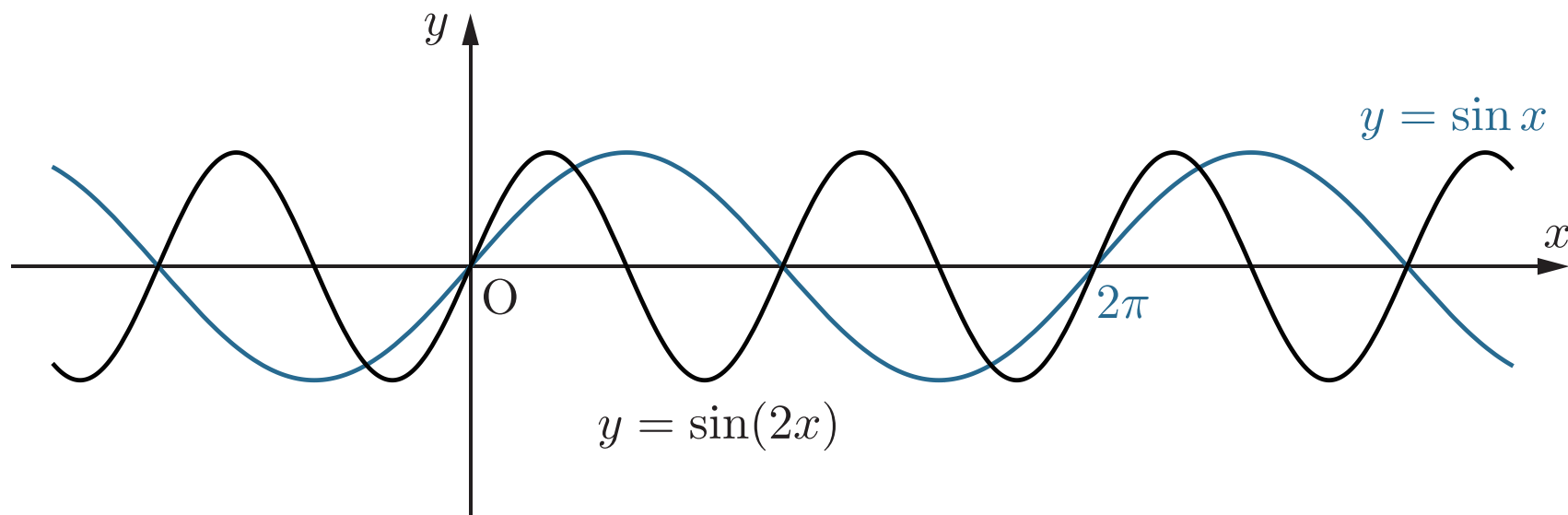
# 例 1) $y = k \sin x$ のグラフ

- $y = k \sin x$  のグラフは
  - $y = \sin x$  のグラフを  $y$  軸方向に  $k$  倍だけ拡大・縮小した曲線である.
- 波の中心 (直線  $y = 0$ ) からの 最大変位は  $|k|$  である.  
これを **振幅** という.



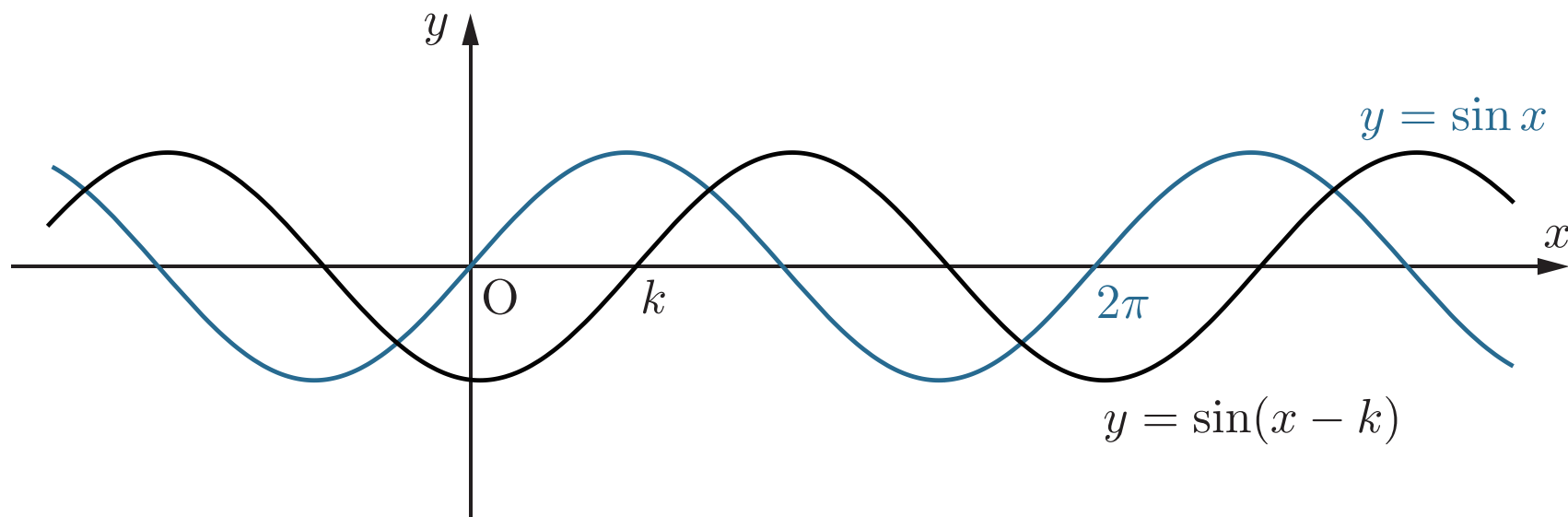
## 例2) $y = \sin(kx)$ のグラフ

- $y = \sin X$  は、 $X$  が 0 から  $2\pi$  への変化に伴って、「一周」する。
- $X = kx$  が 0 から  $2\pi$  へ変化するのには、 $x$  が 0 から  $\frac{2\pi}{k}$  へ変化するときである。
- つまり、 $y = \sin(kx)$  のグラフは 周期が  $\frac{2\pi}{k}$  の正弦波 である。



### 例3) $y = \sin(x - k)$ のグラフ

- $y = \sin X$  は、 $X$  が 0 から  $2\pi$  への変化に伴って、「一周」する。
- $X = x - k$  が 0 から  $2\pi$  へ変化するのは、 $x$  が  $k$  から  $k + 2\pi$  へ変化するときである。
- つまり、 $y = \sin(x - k)$  のグラフは  $y = \sin x$  のグラフを  $k$  だけずらした正弦波 である。



## 例 4) $y = a \sin(\omega x - \varphi)$ のグラフ

- $y = a \sin(\omega x - \varphi)$  のグラフ

↑  $y$  軸方向に  $a$  倍した曲線 (振幅は  $|a|$ )

- $y = \sin(\omega x - \varphi) = \sin\left\{\omega\left(x - \frac{\varphi}{\omega}\right)\right\}$  のグラフ

↑  $x$  軸方向に  $\frac{\varphi}{\omega}$  だけずらした曲線

- $y = \sin(\omega x)$  のグラフ

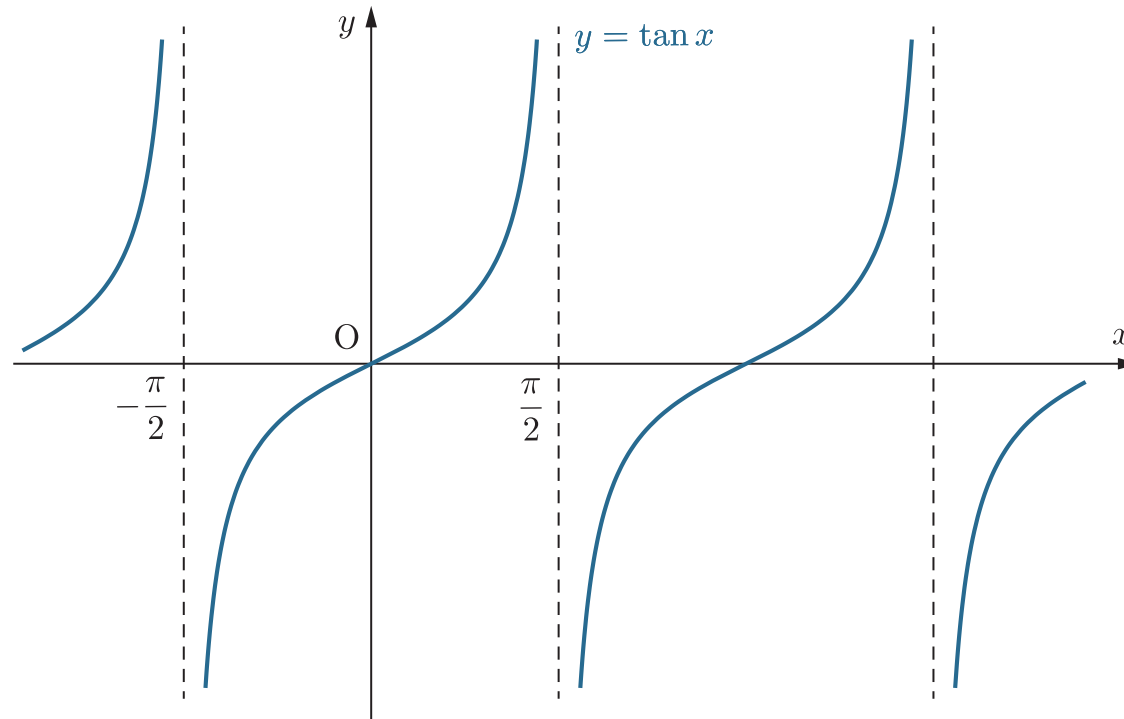
↑ 周期を  $\frac{2\pi}{\omega}$  にした曲線

- $y = \sin x$  のグラフ



# 正接関数 $y = \tan x$ のグラフ

- $x$  が  $-\frac{\pi}{2}$  から  $\frac{\pi}{2}$  への変化に伴って値が連続的に増加する連続関数である。
- $\pi$  ごとに同じパターンが現れる ( $\tan x$  は周期  $\pi$  の**周期関数**) 。
- $x = \frac{\pi}{2} + m\pi$  (ただし,  $m$  は整数) のときは定義できない。  
(漸近線)



# まとめと復習（と予習）

---

- 正弦関数, 余弦関数のグラフはどのような曲線ですか？
- 正接関数のグラフはどのような曲線ですか？
- $y = a \sin(\omega x - \varphi)$  の 振幅, 周期,  $y = \sin x$  とのズレは？

教科書 p.59～p.63

問題集 51～53