

数学クォータ科目「基礎数学Ⅰ」第10回

# 三角関数とその性質

佐藤 弘康 / 日本工業大学 共通教育学群

# 今回の授業で理解してほしいこと

---

- 三角関数の定義
- 三角関数の相互関係

# 三角関数の定義

## 定義（三角関数）

実数  $x$  に対し、一般角  $x$  ラジアン の

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \sin x \\ y = \cos x \\ y = \tan x \end{array} \right. \quad \text{を対応させる関数をそれぞれ} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{正弦関数} \\ \text{余弦関数} \\ \text{正接関数} \end{array} \right. \quad \text{という.}$$

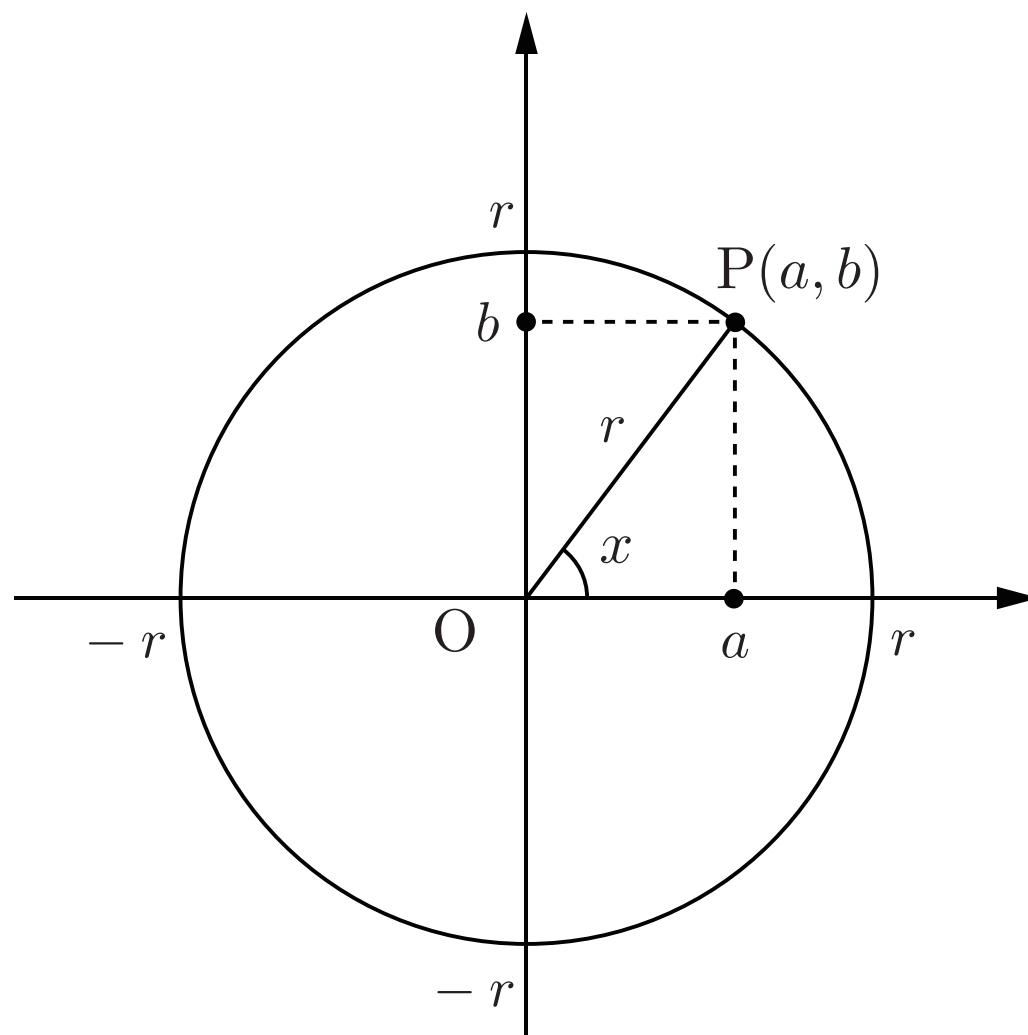
- $y = \sin x$  と  $y = \cos x$  は、任意の実数  $x$  に対して定義可能.  
また、 $-1 \leq y \leq 1$  である.
- $y = \tan x$  は、 $\frac{\pi}{2} + m\pi$  ( $m$  は整数) を除く実数  $x$  に対して定義可能.  
また、 $-\infty < y < \infty$  である.

# 三角関数の定義（求め方）

$x$  に対する三角関数の値を求めるには

- (1) 一般角  $x$  に対する動径  $OP$  を描く。
- (2)  $P$  の座標  $(a, b)$  を求める。
- (3) 定義に従って三角関数の値を求める。

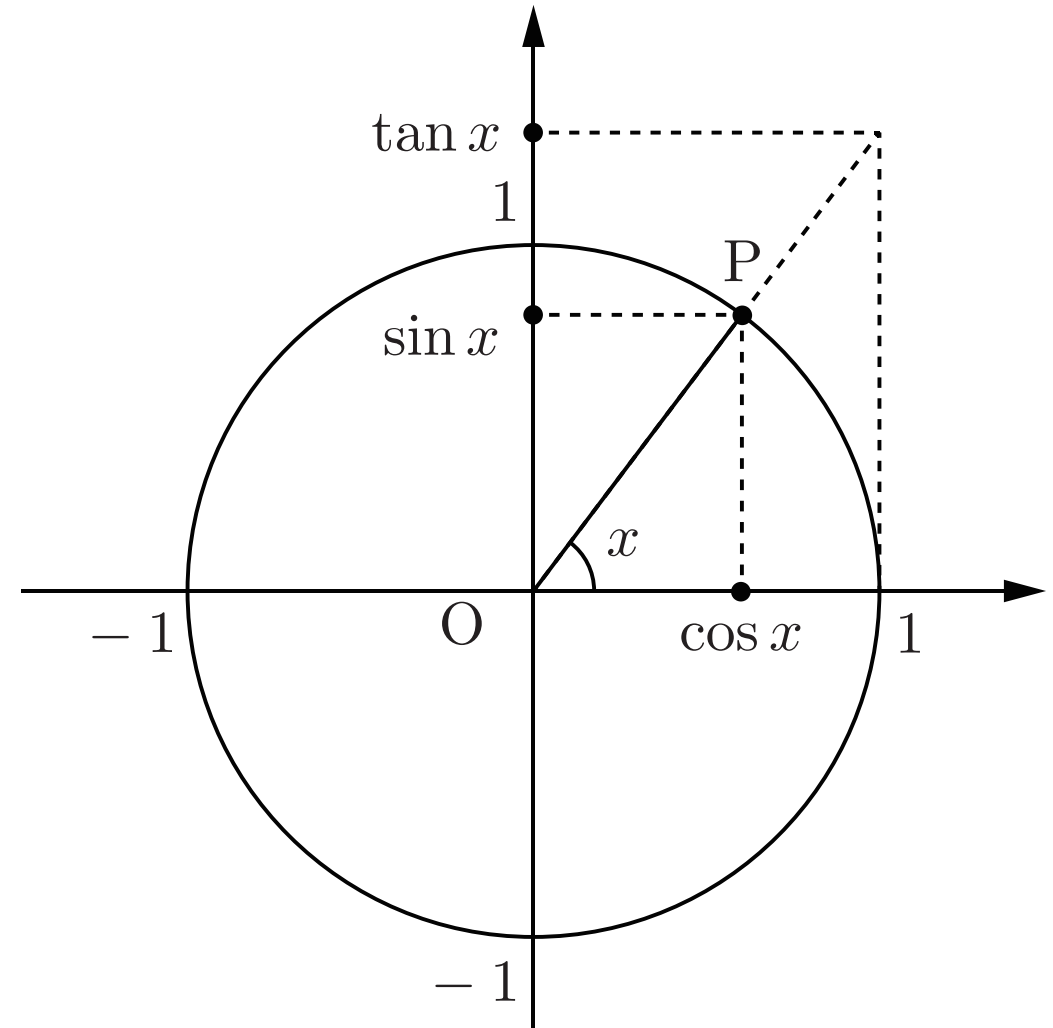
$$\left\{ \begin{array}{l} \sin x = \frac{b}{r} \\ \cos x = \frac{a}{r} \\ \tan x = \frac{a}{b} \end{array} \right.$$



# 三角関数の定義

単位円においては…

- 一般角  $x$  に対する動径  $OP$  の点  $P$  を単位円上にとる。
- このとき,  $P$  の座標が  $(\cos x, \sin x)$  である。
- さらに,  $\tan x$  は右図のようになる。

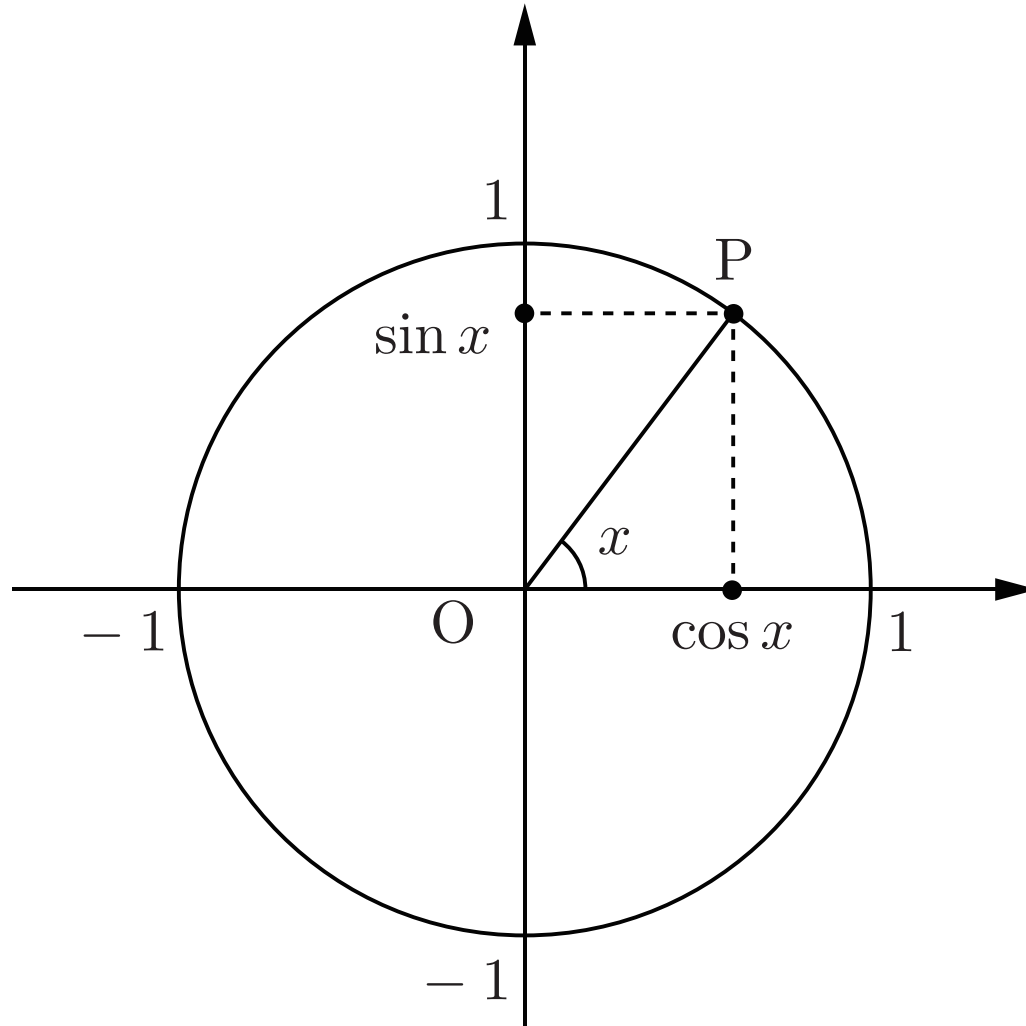


# 三角関数の相互関係

$$(1) \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

$$(2) \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

$$(3) \tan^2 \theta + 1 = \frac{1}{\cos^2 \theta}$$



# 三角関数の性質 (1) 周期性

- 一般角  $x$  の動径 と  $x + 2m\pi$  の動径 は一致するので,

$$\sin x = \sin(x + 2m\pi), \quad \cos x = \cos(x + 2m\pi) \quad (m \text{ は整数})$$

- $y = \sin x$  と  $y = \cos x$  は 周期が  $2\pi$  の周期関数 ※ である.
- $\tan x$  は一般角  $x$  の動径の傾きに等しいので,

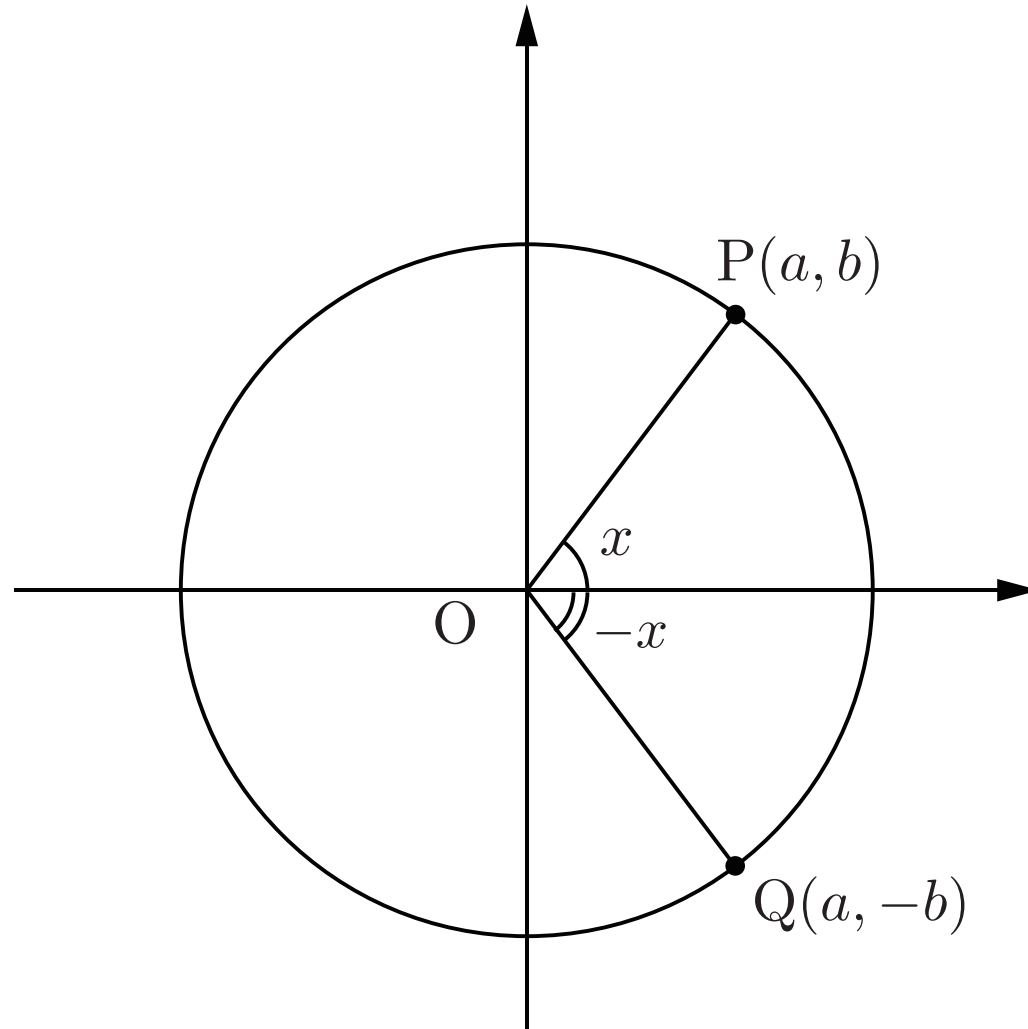
$$\tan x = \tan(x + m\pi) \quad (m \text{ は整数})$$

- $y = \tan x$  は周期が  $\pi$  の周期関数 ※ である.

※ 一般に関数  $f(x)$  が  $f(x) = f(x + c)$  を満たすとき, この等式を満たす最小の  $c > 0$  に対して, 「関数  $f(x)$  は周期  $c$  の 周期関数 である」という.

## 三角関数の性質 (2) $x$ と $-x$

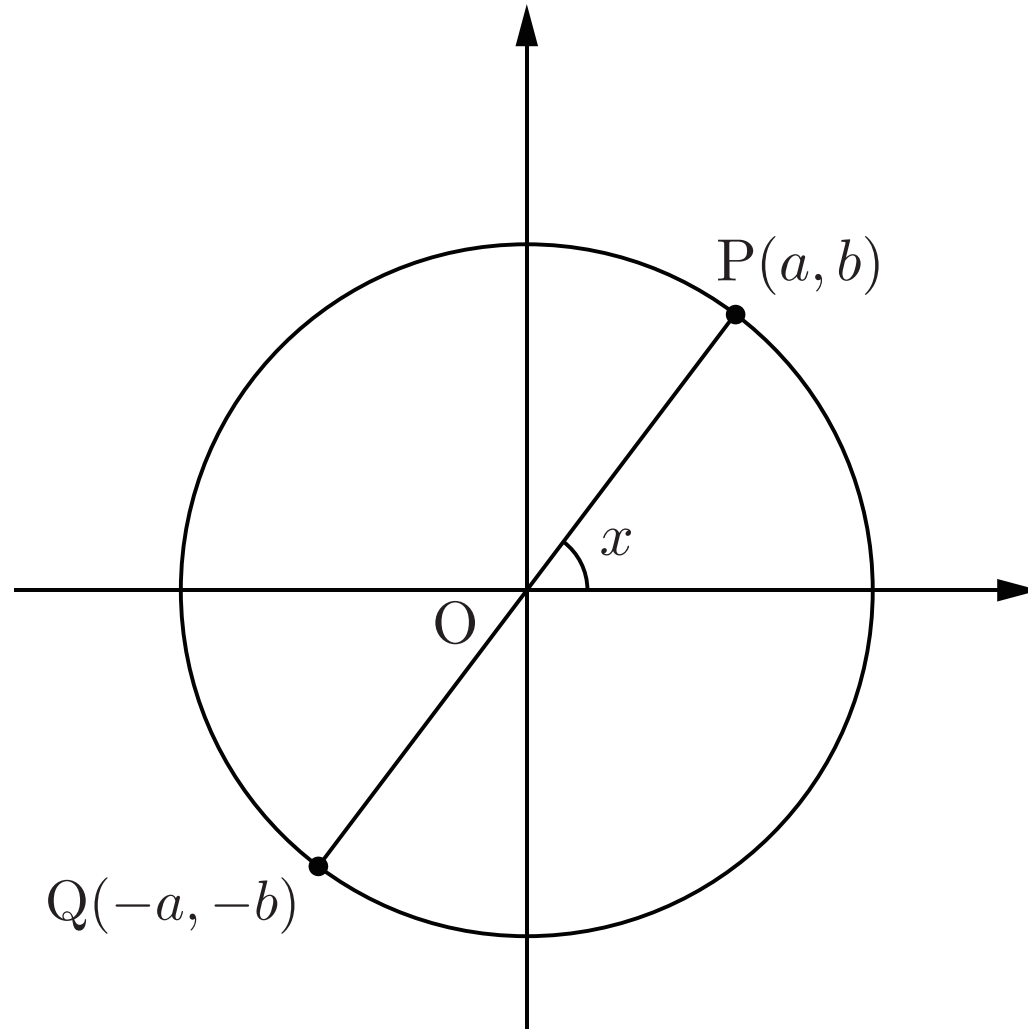
- $\sin(-x) = -\sin x$
- $\cos(-x) = \cos x$
- $\tan(-x) = -\tan x$





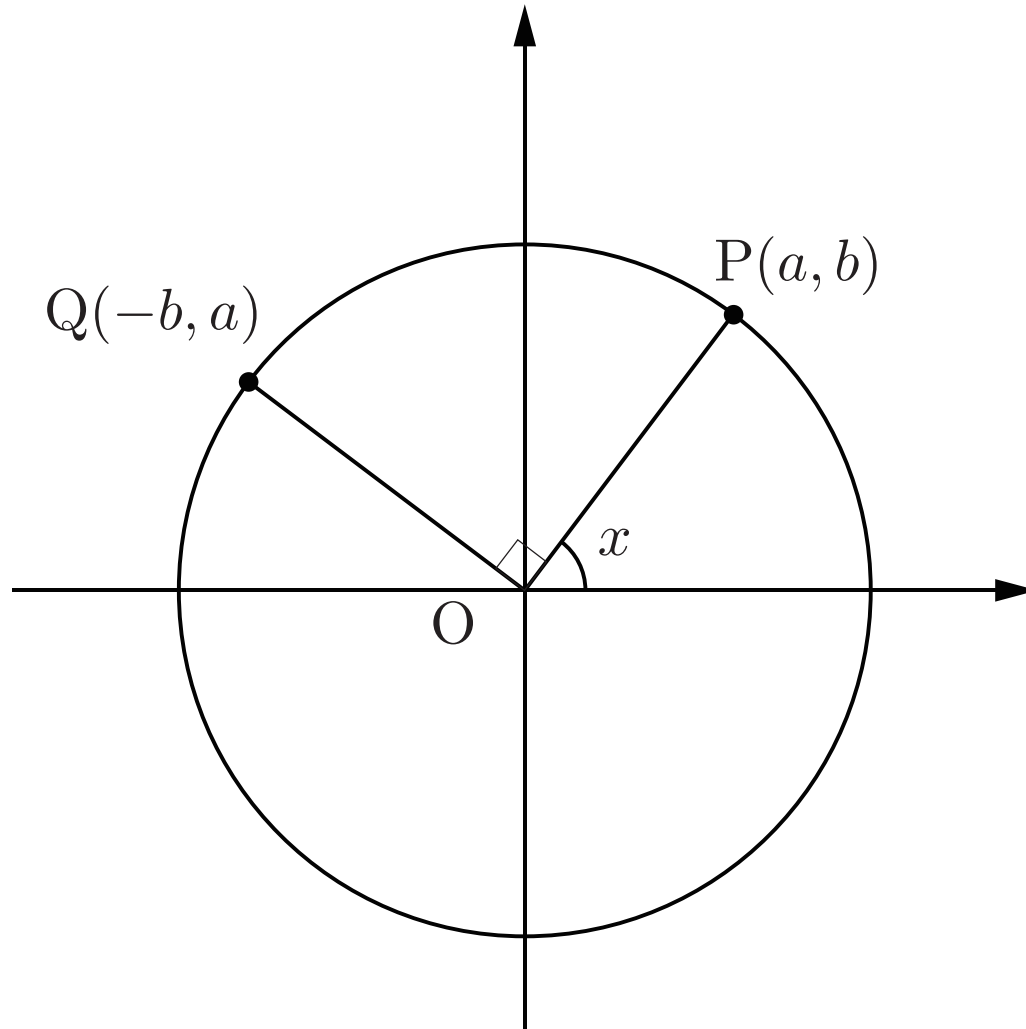
## 三角関数の性質 (3) $x$ と $x + \pi$

- $\sin(x + \pi) = -\sin x$
- $\cos(x + \pi) = -\cos x$
- $\tan(x + \pi) = \tan x$



# 三角関数の性質 (4) $x$ と $x + \frac{\pi}{2}$

- $\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$
- $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$
- $\tan\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{1}{\tan x}$



# まとめと復習（と予習）

---

- 三角関数とはどのように定義される関数ですか？
- 角  $x$  の象限と、その三角関数の値の符号の関係は？
- 三角関数の周期とは何ですか？

教科書 p.54～p.58

問題集 44～50