関数のグラフ

数学クォータ科目 補助教材

佐藤弘康 / 日本工業大学 共通教育学群

（復習）関数とは

- ２つの変数 x, y があり，変数 x の値を決めると, それに応じて y の値が決まるとき,「y は x の**関数**である」という.
- x がとる値の範囲のことを定義域という.

- 変数 y が独立変数 x の関数であることを, 一般的に $y = f(x)$ と書く.
  - f は「x に対して, $y(= f(x))$ を**対応させる規則**」と解釈できる.
  - 「x の関数」とは「x で記述される**式** $f(x)$」と考えてよい.

例） (1)　１次関数：$f(x) = ax + b$

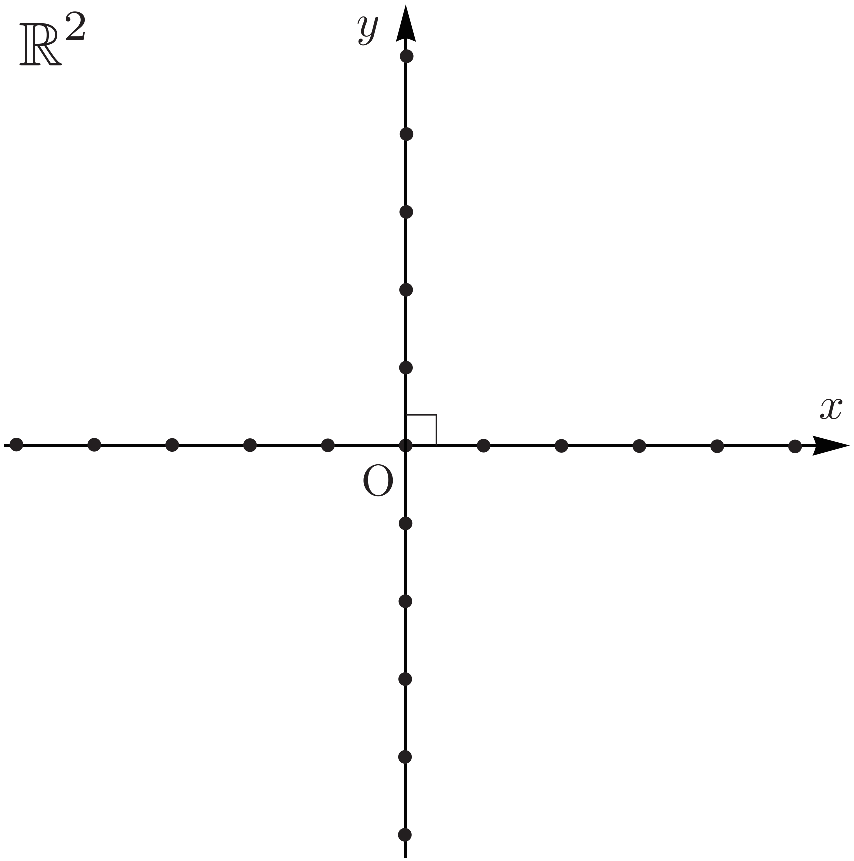
(2)　２次関数：$f(x) = ax^2 + bx + c$,　　　（a, b, c は定数）

- 関数 $y = f(x)$ があるとき,
  - $x = \alpha$ に対して，数 $y = \beta (= f(\alpha))$ が定まる.
  - $x = \alpha$ に対して，数の組 $(\alpha, f(\alpha))$ が定まる．$\leftarrow$ 点の**座標**

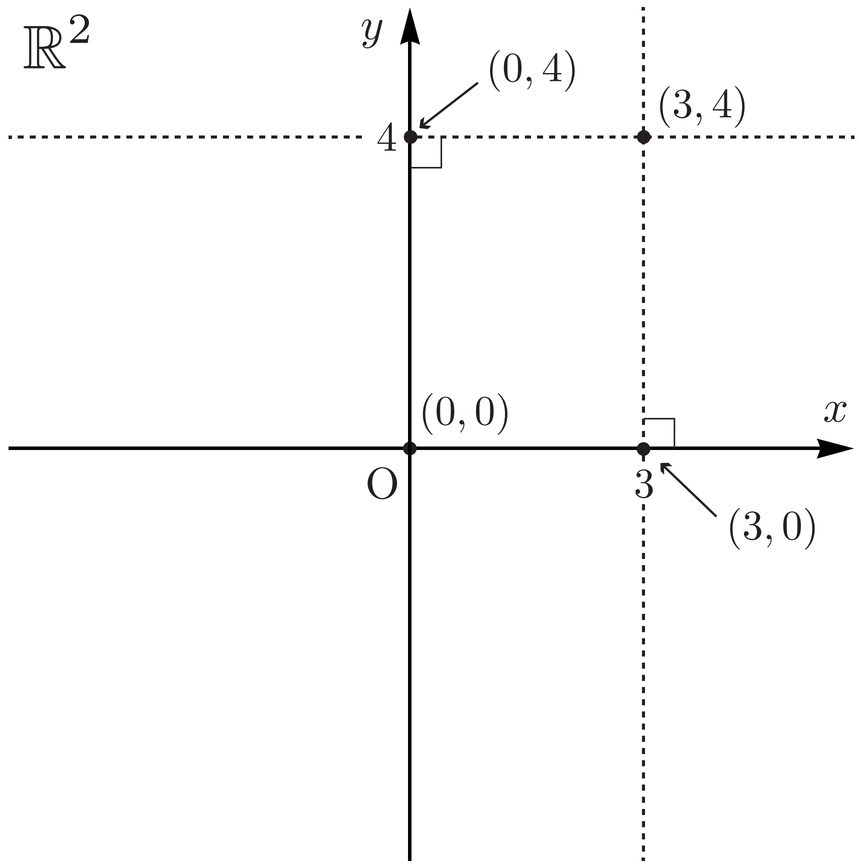
（復習）平面の点の座標とは

- 平面の点の**座標**とは，平面の点の位置を２つの数の組として表したもののこと．
- 座標を定めるためには，平面に２つの座標軸を定める必要がある．

平面の直交座標系

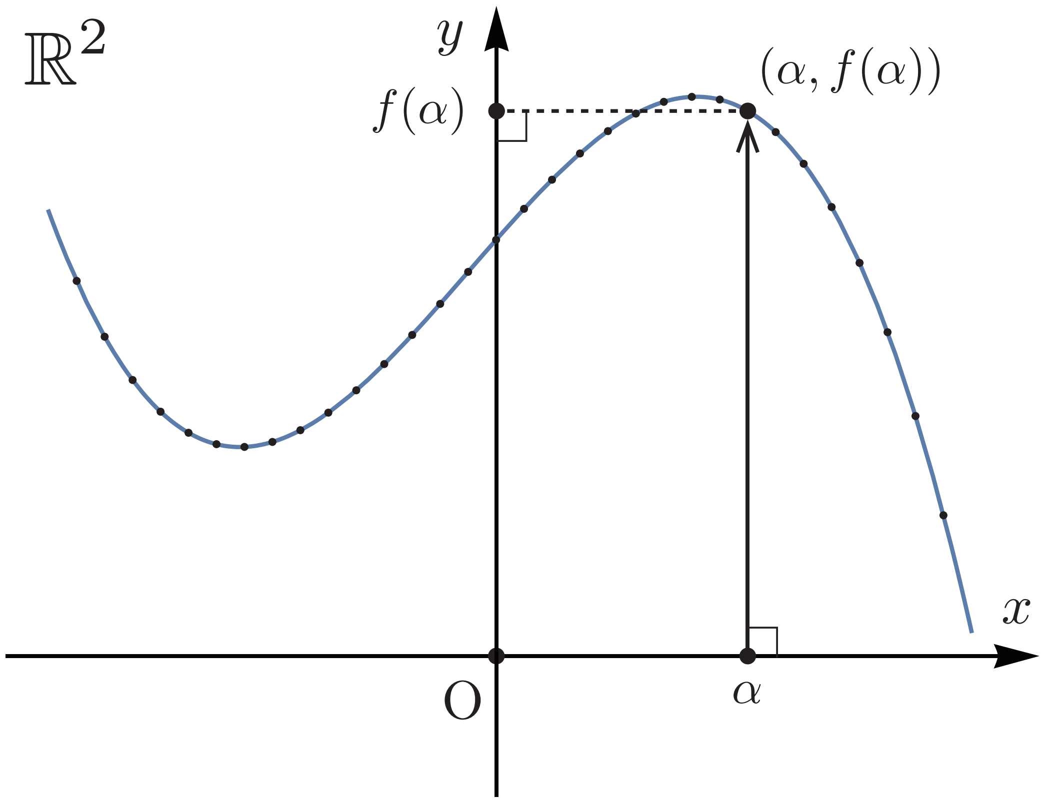


例）座標 $(3,4)$ の点



関数のグラフとは

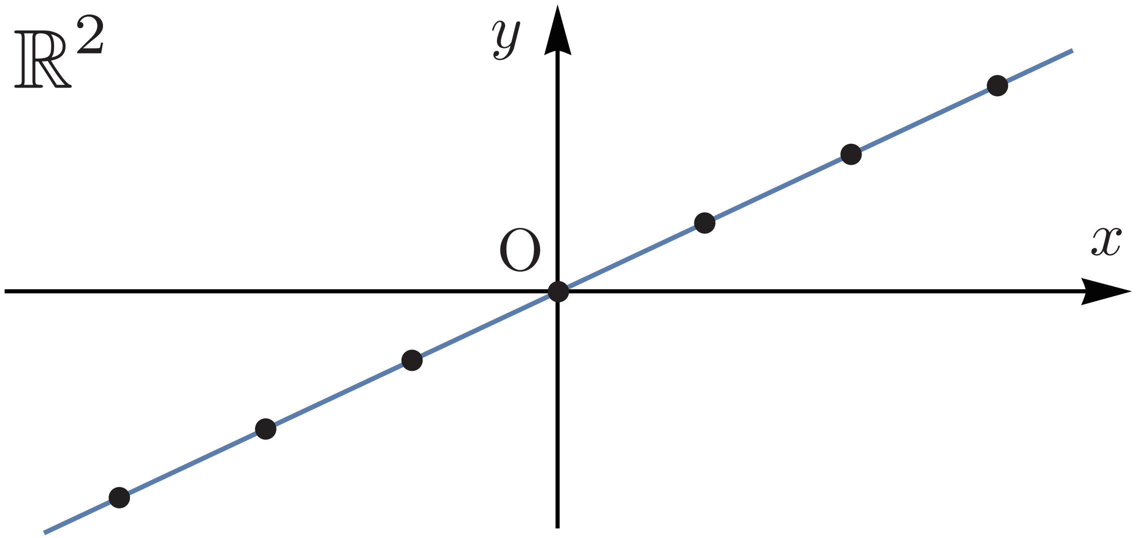
- 関数 $y = f(x)$ があるとき，定義域内の値 $x = \alpha$ を与えると，平面の点 $(\alpha, f(\alpha))$ が定まる．このような点の全体は，平面内の曲線をなす．
- この曲線を，「関数 $y = f(x)$ の**グラフ**」という．



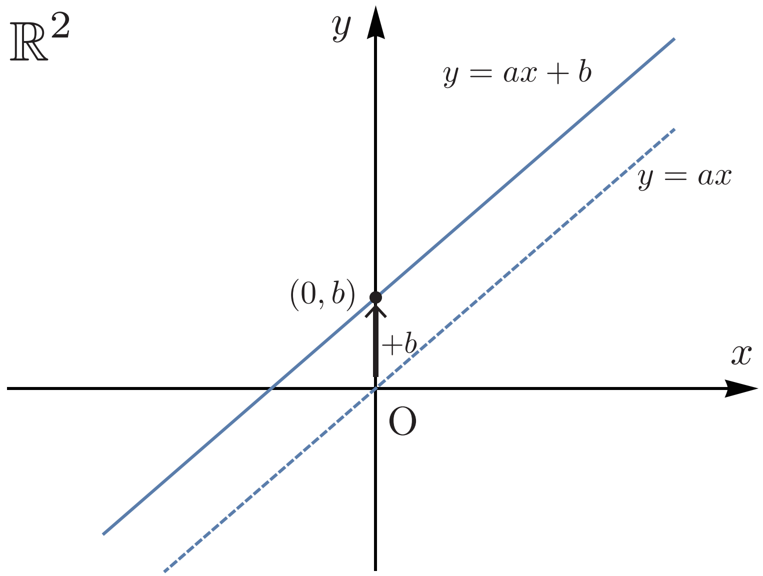
1 次関数のグラフ (1)

例） $y = \dfrac{1}{2}x$

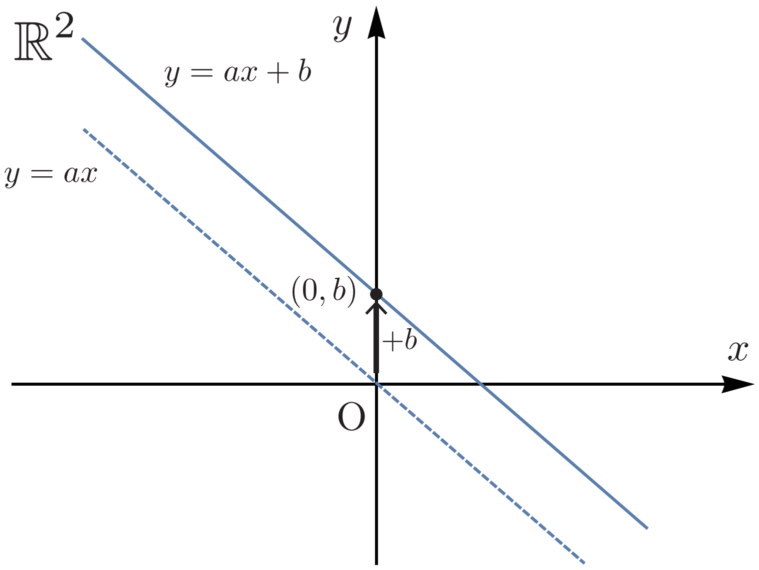
x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	$\cdots$	$-\frac{3}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	$\cdots$
					$\downarrow$				
(x, y)	$\cdots$	$\left(-3, -\frac{3}{2}\right)$	$(-2, -1)$	$\left(-1, -\frac{1}{2}\right)$	$(0, 0)$	$\left(1, \frac{1}{2}\right)$	$(2, 1)$	$\left(3, \frac{3}{2}\right)$	$\cdots$



1 次関数のグラフ (2)



$a > 0$ の場合



$a < 0$ の場合

- 関数 $y = ax$ のグラフは原点を通る直線となる.
  - x の係数 a を直線の「傾き」という.
  - $|a|$ の値が大きいほど，直線の勾配は急である.
- $y = ax+b$ は，$y = ax$ と比べると，x に対応する y の値が $+b$ だけ異なる.

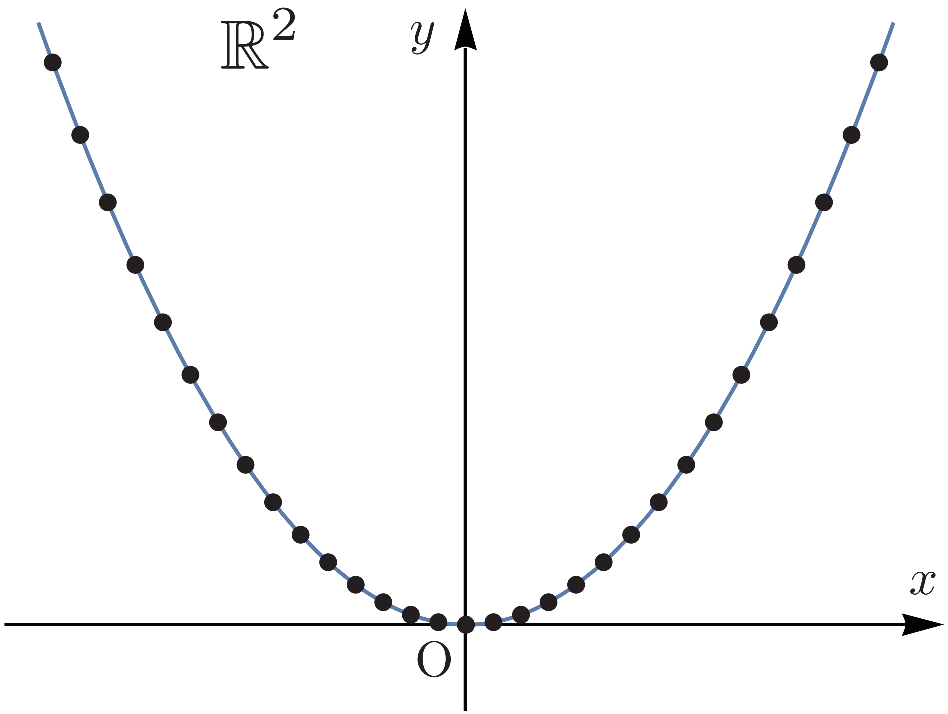
$\longrightarrow$ $y = ax + b$ のグラフは，$y = ax$ のグラフを平行移動した直線.

  - 関数のグラフと y 軸との交点の値 b のことを y 切片という.

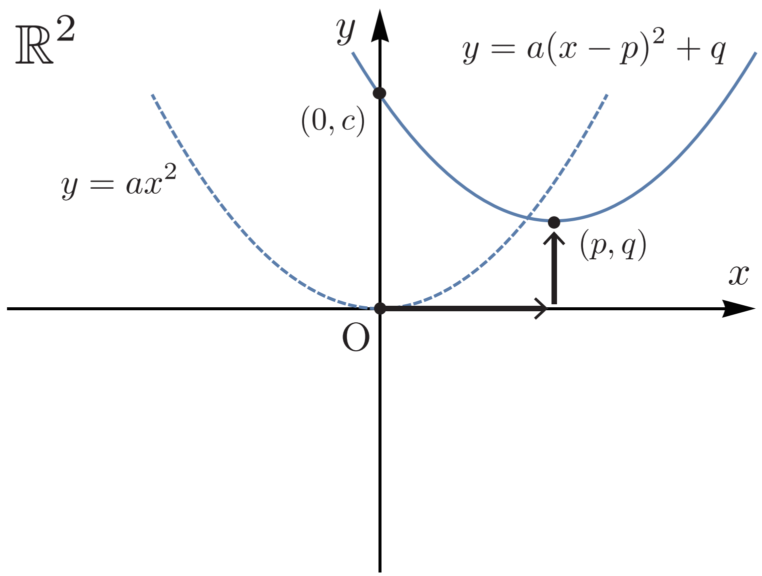
２次関数のグラフ (1)

例） $y = \dfrac{1}{2}x^2$

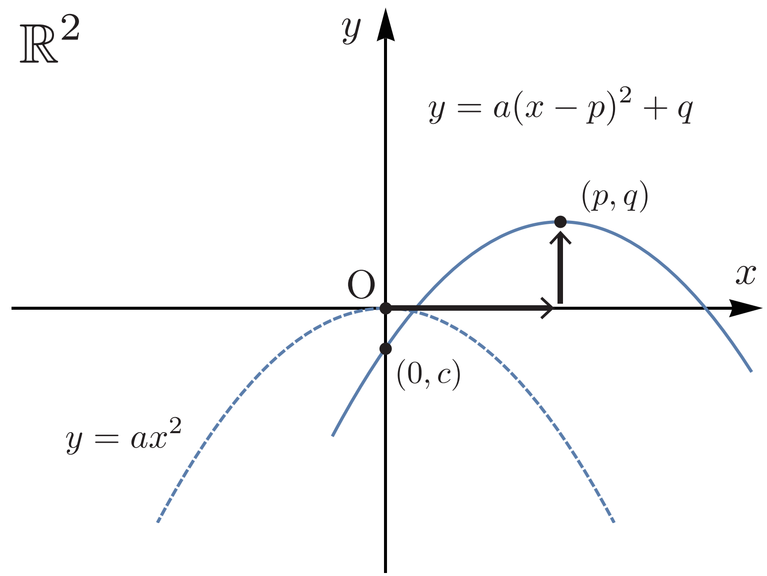
x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	$\cdots$	$\frac{9}{2}$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	$\frac{9}{2}$	$\cdots$



２次関数のグラフ (2)



$a > 0$ の場合



$a < 0$ の場合

- 関数 $y = ax^2$ のグラフは原点を頂点とする放物線となる.
  - $a > 0$ のときは下に凸の放物線.
  - $a < 0$ のとき，上に凸の放物線.
- $y = ax^2 + bx + c \overset{\text{平方完成}}{=} a(x - p)^2 + q$ は，頂点が (p, q) の放物線となる.

  $\longrightarrow y = a(x-p)^2+q$ のグラフは, $y = ax^2$ のグラフを平行移動した放物線.
  - y 切片は，$c\,(= ap^2 + q)$ である.