2019年度 春 / 秋 中間試験問題・解答

試験実施日　2019 年　6 月 12 日　1 時限

出題者記入欄

試験科目名 微分積分学 III	出題者名 佐藤 弘康
試験時間 60 分	平常授業日 水 曜日 1 時限
持ち込みについて　可　不可	可、不可のいずれかに○印をつけ 持ち込み可のものを○で囲んでください
教科書 ・ 参考書 ・ ノート (手書きのみ ・ コピーも可) ・ 電卓 ・ 辞書 その他 ( )	
本紙以外に必要とする用紙　解答用紙 0 枚　計算用紙 0 枚	
通信欄	

受験者記入欄

学科	学年	学籍番号	氏名
		1	

採点者記入欄

採点欄	評価

1 次の文中の (1)〜(5) に当てはまる最も適切なものを下の選択肢から選び, 丸で囲みなさい.【各 1 点】

平面内の領域 D の点 (x, y) に対し, 実数 $z = f(x, y)$ が対応するとき, f を D 上の 2 変数関数といい, D を f の $\boxed{(1)}$ という. 点 (x, y) が D 内を動くとき, z が取り得る値の範囲を f の $\boxed{(2)}$ という. $\boxed{(1)}$ が明示的に与えられていない場合は, f が定義可能な点 (x, y) の全体の集合を $\boxed{(1)}$ と考えることとする.

2 変数関数

$$f(x, y) = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$$

の $\boxed{(1)}$ は原点を中心とする半径 $\boxed{(3)}$ の円の $\boxed{(4)}$ であり, $\boxed{(2)}$ は $\boxed{(5)}$ である.

(選択肢)

(1) 区間 ・ 始域 ・ 終域・ 値域 ・ 定義域

(2) 区間 ・ 始域 ・ 終域・ 値域 ・ 定義域

(3) 1 ・ $\sqrt{3}$ ・ 3 ・ 9

(4) 内部 ・ 内部と円周 ・ 外部 ・ 外部と円周 ・ 円周

(5) 実数全体 ・ 正の実数全体 ・ $0 \leqq z \leqq \sqrt{3}$
$0 \leqq z \leqq 3$ ・ $z \geqq \sqrt{3}$ ・ $z \geqq 3$

2 極限

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$$

を求めなさい.【4 点】

3 点 $(1, -1, a)$ と $(-2, b, -4)$ はともに関数

$$z = x^3 - 2xy - y^2$$

のグラフ（曲面）上の点であるとする. このとき, a と b の値を求めなさい.【4 点】

4 次の関数 $f(x, y)$ について, 2 次までの偏導関数をすべて求めなさい.【各 5 点】

(1) $f(x, y) = x^3 - 2xy^2 + 3y^3$

(2) $f(x, y) = \sin(x + y)$

5 以下は $2.02^4 \times 2.99^3$ の近似値を計算する方法について述べた文である．空欄に当てはまる最も適切な数または式を解答欄に書きなさい．【各 1 点】

$f(x, y) = \boxed{(1)}$ とおくと，

$$2.02^4 \times 2.99^3 = f(2 + \boxed{(2)}, 3 + \boxed{(3)})$$

である．$z = f(x, y)$ の全微分は

$$dz = \boxed{(4)}\,dx + \boxed{(5)}\,dy$$

であり，これは独立変数 x, y の変化量がそれぞれ dx, dy のときの z の変化量を表している．$x = 2$, $y = 3$, $dx = \boxed{(2)}$, $dy = \boxed{(3)}$ とすると，

$$dz = \boxed{(6)}$$

となるので，次の近似値

$$2.02^4 \times 2.99^3 \fallingdotseq \boxed{(7)} + \boxed{(6)}$$

が得られる．

(解答欄)

(1) ________________ (2) ________________

(3) ________________ (4) ________________

(5) ________________ (6) ________________

(7) ________________

(計算欄)

6 陰関数 $x^2 - xy + y^2 = 3$ に対し，$\dfrac{dy}{dx}$ を求めなさい．【4 点】

7 関数

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{1 + x + y}}$$

をマクローリン展開したときの，(i) 定数項，(ii) x の係数，(iii) xy の係数を求めなさい．ただし，関数 $f(x, y)$ のマクローリン展開が

$$f(h, k) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y} \right)^n f(0, 0)$$

によって与えれられることを利用してよい．【6 点】