「複素関数論」小テスト No.11

2020 年 1 月 6 日（月）

学籍番号	学科	氏名
1		

$\boxed{\text{問}}$ $z=i$ を中心とする半径 3 の円周を C_1 とする．このとき, 次の問に答えなさい．ただし, **関数 $f(z)$ を領域 D 上で正則な関数とし, 単一閉曲線 C とその内部は D に含まれ, a が C の内部にあるとき,**

$$\int_C \frac{f(z)}{(z-a)^n}dz = \frac{2\pi i}{(n-1)!}\cdot f^{(n-1)}(a) \qquad (0!=1,\ f^{(0)}(a)=f(a))$$

が成り立つことを用いてもよい．

(1) $\displaystyle\int_{C_1} \frac{e^{iz}}{z+\frac{\pi}{2}}dz$ を求めなさい．

(2) $\displaystyle\int_{C_1} \frac{1}{(z+1)^2(z+3)}dz$ を求めなさい．

(3) 次の空欄には**コーシー・テイラー・マクローリン・リーマン・ローラン**のいずれかが当てはまる．適切なものを選びなさい; $f(z)$ が $z=a$ の近傍で正則であるとき, $z=a$ を含むある領域で

$$f(z) = f(a) + f'(a)(z-a) + \cdots + \frac{f^{(k)}(a)}{k!}(z-a)^k + \cdots$$

と書ける．これを $z=a$ を中心とする[　　　　　　　　] 展開という．一方, $z=a$ が $f(z)$ の特異点であるとき, $z=a$ を含むある領域で

$$f(z) = \cdots + \frac{b_{-k}}{(z-a)^k} + \cdots + \frac{b_{-1}}{z-a} + b_0 + b_1(z-a) + \cdots + b_k(z-a)^k + \cdots$$

と書ける．これを $z=a$ を中心とする[　　　　　　　　] 展開という．

（担当：佐藤 弘康）