

「複素関数論」小テスト No.8

2019年12月9日(月)

学籍番号					学科	氏名
1						

問 次の問に答えなさい。

- (1) 単一閉曲線 C を原点 0 を中心とする半径 2 の円周とする。このとき、次の **(ア)** ~ **(ウ)** の関数 $f(z)$ に対し、**コーシーの定理から直ちに $\int_C f(z) dz = 0$ となることがわかるもの**をすべて選びなさい。

(ア) $f(z) = \frac{1}{(z+3)(z-i)}$ **(イ)** $f(z) = \frac{1}{z^2-1}$ **(ウ)** $f(z) = \frac{1}{z^2+2z+3}$

- (2) C を α を中心とする半径 1 の円周とする。 $\int_C \frac{1}{z-\alpha} dz$ は次のようにして求めることができる;

C のパラメータ表示は $z(t) = \alpha + e^{ti}$ (ただし, $0 \leq t \leq 2\pi$) と書ける。このとき, $z'(t) = ie^{ti}$ なので,

$$\int_C \frac{1}{z-\alpha} dz = \int_0^{2\pi} \frac{1}{(\alpha + e^{ti}) - \alpha} \cdot ie^{ti} dt = i \int_0^{2\pi} dt = i[t]_0^{2\pi} = 2\pi i$$

となる。

以上を参考にして, $\int_C \frac{1}{(z-\alpha)^n} dz$ (ただし, $n > 2$) を求めなさい。