

「複素関数論」小テスト No.3

2019年10月21日(月)

学籍番号				学科	氏名
1					

問 次の各問に答えなさい。なお、 z の n 乗根 w を求める手順は以下の通りである;

i) z を極形式で表す; $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$

ii) 求める n 乗根を $w = \rho(\cos \varphi + i \sin \varphi)$ とおき、「 $w^n = z$ 」を絶対値、偏角の方程式に書き直す;

$$\begin{cases} \rho^n = r \\ n\varphi = \theta + 2m\pi \quad (m \text{ は整数}) \end{cases}$$

iii) 上の方程式を解く; $\rho = \sqrt[n]{r}$, $\varphi = \frac{\theta}{n} + \frac{2m\pi}{n}$ (ただし, $m = 0, 1, 2, \dots, n-1$).

(1) -1 の 2 乗根をすべて答えなさい.

(2) $2+i$ は $3+4i$ の 2 乗根であることを示しなさい.

(3) $1+i$ は $-2+2i$ の 3 乗根であることを示しなさい.

(4) $-2+2i$ の 3 乗根は $1+i$ の他に 2 つある. 上の「 n 乗根を求める手順」を参考にして、 $-2+2i$ の 3 乗根をすべて求めなさい.

(5) 「 n 乗根を求める手順」iii) の下線部の但し書きは正しいと思いますか? 正しくなければ、正しく書き改めなさい. 正しいならば、なぜこのような n 個に限定できるのか、考えなさい.