

2019年度 **春** 定期末試験問題・解答  
**秋**

試験実施日 2020年 1月 20日 4時限

出題者記入欄

試験科目名 <u>複素関数論</u>		出題者名 <u>佐藤 弘康</u>	
試験時間 <u>60</u> 分	平常授業日 <u>月</u> 曜日 <u>4</u> 時限		
持ち込みについて <input checked="" type="radio"/> 可 <input type="radio"/> 不可		可、不可のいずれかに○印をつけ 持ち込み可のものを○で囲んでください	
教科書・参考書・ノート(手書きのみ・コピーも可)・電卓・辞書 <input checked="" type="radio"/> 他 ( 指定の用紙に自筆で記入したもの )			
本紙以外に必要とする用紙		解答用紙 <u>0</u> 枚	計算用紙 <u>0</u> 枚
通信欄			

受験者記入欄

学 科	学 年	学 籍 番 号			氏 名
		1	⋮	⋮	

採点者記入欄

採点欄	評価

1 次の問に答えなさい。

(1)  $z = a$  が関数  $f(z)$  の  $k$  位の極ならば、

$$f(z) = \frac{g(z)}{(z-a)^k}$$

と表すことができる。ただし、 $g(z)$  は  $z = a$  の近傍で  かつ  をみたす関数である。また、この逆の主張も成り立つ。空欄に当てはまる適切な語句、または数式を答えなさい。

(2) 関数

$$f(z) = \frac{\sin z}{z(z^2 + 1)(z - 2)^2}$$

のすべての極とその位数を答えなさい。

2 次の問に答えなさい。

(1) 複素関数  $f(z)$  の孤立特異点  $z = a$  に対し、

$$\frac{1}{2\pi i} \int_C f(z) dz$$

を「 $f(z)$  の  $z = a$  における留数」という。

留数の定義式にある  $C$  はどのような曲線か答えなさい。

(2) 「ローラン展開」を用いて、留数を説明（定義）しなさい。

(3)  $f(z) = \frac{1}{z^2(z+2i)}$  の特異点  $z = -2i$  における留数を求めなさい。

3 次の関数  $f(z)$  と単一閉曲線  $C$  に対し、複素積分

$$\int_C f(z) dz$$

を求めなさい.

(1)  $f(z) = \frac{1}{(z - (1 + i))(z - 1)}$   $C : |z + i| = 2$

(2)  $f(z) = \frac{z + 1}{z(z - 2)^2}$   $C : |z - 1| = \sqrt{2}$

