2018年度春(秋)学期末試験問題・解答

試験実施日　2018 年　7 月 26 日　1 時限

出題者記入欄

試験科目名　数学 I-J	出題者名　佐藤 弘康
試験時間　60　分	平常授業日　木　曜日　1　時限
持ち込みについて　可　不可	可、不可のいずれかに○印をつけ 持ち込み可のものを○で囲んでください
教科書 ・ 参考書 ・ ノート (手書きのみ ・ コピーも可) ・ 電卓 ・ 辞書 その他 ( )	
本紙以外に必要とする用紙　解答用紙　0　枚　計算用紙　0　枚	
通信欄	

受験者記入欄

学　科	学 年	学 籍 番 号	氏　名
		1	

採点者記入欄

採 点 欄	評 価

1 ベクトル $\boldsymbol{a}=(x,2,-1), \boldsymbol{b}=(-2,-4,y)$ に対し, 次の問に答えなさい.

(1) $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ が直交するような x, y の組を 1 つ挙げなさい.

(2) $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ が 1 次従属となるような x, y の組を 1 つ挙げなさい.

(3) $\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ が 1 次独立となるような x, y の組を 1 つ挙げなさい.

2 $\boldsymbol{a}=(1,-2,0,1)$ と $\boldsymbol{b}=(1,1,0,-1)$ に対し,

(1) 大きさ $|\boldsymbol{a}|$, $|\boldsymbol{b}|$

(2) 内積 $(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$

(3) $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ のなす角 θ の余弦 $\cos\theta$

の値を求めなさい.

3 $\boldsymbol{a}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{a}_2=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$, $\boldsymbol{a}_3=\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}$ から, グラムシュミットの方法によって, 正規直交系を作りなさい.

4 部分空間に関する以下の文を読んで, 空欄に当てはまる最も適切な言葉, 数または式を回答欄に書きなさい.

$\boldsymbol{a}_1=\begin{pmatrix}-1\\2\\4\end{pmatrix}, \boldsymbol{a}_2=\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}, \boldsymbol{a}_3=\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$ に対し, $\boldsymbol{a}_1$ が生成する部分空間を W_1, $\boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3$ が生成する部分空間を W_2 とする. つまり, $W_1=\langle \boldsymbol{a}_1\rangle, W_2=\langle \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3\rangle$ である. W_1 と W_2 の和は $\boxed{(1)}$ に等しい. なぜなら, $\boldsymbol{a}_1 = \boxed{(3)}\,\boldsymbol{a}_2 + \boxed{(4)}\,\boldsymbol{a}_3$ となり, $\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2, \boldsymbol{a}_3$ は 1 次 $\boxed{(2)}$ ではないからである. このことから, W_1 と W_2 の積は $\boxed{(5)}$ に等しいこともわかる.

(解答欄)

(1)		(2)	
(3)		(4)	
(5)			

5 集合 $W = \{(a+b, a-b, 1) \in R^3 \mid a, b \in R\}$ が R^3 の部分空間であるか否か判定しなさい.

6 R^2 の線形変換 $f : R^2 \to R^2$ は

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2) =& -4\boldsymbol{e}_1 + 2\boldsymbol{e}_2, \\ f(\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2) =& 2\boldsymbol{e}_1 + 4\boldsymbol{e}_2 \end{aligned}$$

を満たすとする（ただし, $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2$ は R^2 の基本ベクトル）.
また, 線形変換 g の表現行列を $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ とする.
このとき, 次の各問に答えなさい.

(1) f の表現行列 A を求めなさい.

(2) f と g^{-1} の合成 $f \circ g^{-1}$ の表現行列を求めなさい.

7 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -6 \end{pmatrix}$ の固有値と, 対応する固有ベクトルを求めなさい. また, A が対角化可能か否か答えなさい.

8 直交行列 P を用いて $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}$ と変換することにより, 2 次形式 $x^2 + 4xy - 2y^2$ は $\alpha X^2 + \beta Y^2$ となる. α, β と P を求めなさい.