2018年度 春(秋) 学期末試験問題・解答

試験実施日　2018 年　7 月　26 日　3 時限

出題者記入欄

試験科目名 線形代数学 II	出題者名 佐藤 弘康
試験時間 60 分	平常授業日 木 曜日 3 時限

持ち込みについて　可　不可

可、不可のいずれかに○印をつけ
持ち込み可のものを○で囲んでください

教科書 ・ 参考書 ・ ノート (手書きのみ ・ コピーも可) ・ 電卓 ・ 辞書
その他 (　　　　　　　　　　)

本紙以外に必要とする用紙　解答用紙 0 枚　計算用紙 0 枚

通信欄

受験者記入欄

学科	学年	学籍番号	氏名
		1	

採点者記入欄

採点欄	評価

1 $A=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & -1\end{pmatrix}$ が表す 1 次変換をそれぞれ f, g とする．次の各問に答えなさい．

(1) A, B はともに**直交行列**であり，かつ**対称行列**である．直交行列と対称行列の説明（定義）として適切なものを以下の中からそれぞれ選びなさい．

（選択肢）

（ア） $M^{-1}M=E$ を満たす正方行列 M のこと．
（イ） ${}^tM\,M=E$ を満たす正方行列 M のこと．
（ウ） $M^{-1}=M$ を満たす正方行列 M のこと．
（エ） ${}^tM=M$ を満たす正方行列 M のこと．
（オ） ${}^tM=-M$ を満たす正方行列 M のこと．
（カ） $|M|=\pm 1$ を満たす正方行列 M のこと．

（解答欄）

直交行列 $\boxed{}$ 対称行列 $\boxed{}$

(2) A の逆行列を求めなさい．

(3) 1 次変換 g は，ある直線 ℓ に関する対称移動である．直線 ℓ がどのような直線か答えなさい．

(4) 合成変換 $f\circ g$ は原点を中心とする回転変換となる．回転角の大きさ θ を答えなさい．

2 行列 $A=\begin{pmatrix}1 & 3\\ 2 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -4 & 2\end{pmatrix}$ が表す 1 次変換をそれぞれ f, g とする．次の各問に答えなさい．

(1) f の逆変換 f^{-1} による点 P の像が点 $(3,2)$ であるとき，点 P の座標を求めなさい．

(2) g の逆変換 g^{-1} が存在するか否か判定しなさい．存在するならば，逆変換を表す行列を求めなさい．

3 ベクトル $\begin{pmatrix}1\\ 3\\ 1\end{pmatrix}$ は行列 $\begin{pmatrix}1 & 1 & -2\\ -1 & 2 & 1\\ 0 & 1 & -1\end{pmatrix}$ の固有ベクトルである．対応する固有値を求めなさい．

$\boxed{4}$ 行列 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ が表す 1 次変換を f とする．このとき, 以下の問に答えなさい.

(1) A の固有値, 固有ベクトルを求めなさい.

(2) f で直線 ℓ を移した像が, また ℓ 自身となるような直線 ℓ をすべて求めなさい.

(3) f の不動点をすべて求めなさい（不動点の全体がある図形をなす場合は, その方程式を求めなさい）．ここで, f の不動点とは, $f(\mathrm{P})=\mathrm{P}$ を満たす点 P のことである.

$\boxed{5}$ 次の各問に答えなさい.

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$ の固有値を求めなさい.

(2) 2 次形式 $x^2+4xy-2y^2$ の標準形 $\alpha X^2+\beta Y^2$ を求めなさい．なお, (x,y) と (X,Y) の関係については答えなくてよい.

$\boxed{6}$ 行列 $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & a \end{pmatrix}$, $P=\begin{pmatrix} 1 & b \\ c & 1 \end{pmatrix}$ に対し,

$$P^{-1}AP=\begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & d \end{pmatrix}$$

が成り立つとする．このとき, a,b,c,d の値を求めなさい.