

1 $f(t) = t^2 + 3t + 2$ とおく. また, D を微分演算子とする.
次の各問に答えなさい.

(1) $f(D)e^{2x}$ を求めなさい.

(2) 微分方程式 $f(D)y = 0$ の一般解を求めなさい.

(3) $\frac{1}{f(D)}[12e^{2x}]$ を求めなさい.

2 定数係数線形微分方程式

$$y'' - 2y' + 2y = 2x^2 - 2 \quad (*)$$

について以下の問に答えなさい.

(1) 線形同次微分方程式 $y'' - 2y' + 2y = 0$ の一般解を求めなさい.

(2) 微分方程式 (*) の特殊解をひとつ求めなさい.
なお, この微分方程式の特殊解が

$$y = ax^2 + bx + c \quad (a, b, c \text{ は定数})$$

と書けることを利用してもよい.

(3) (*) の一般解を求めなさい.

3 定数係数線形微分方程式

$$y'' - 4y' + 4y = 25 \sin x \quad (**)$$

について次の間に答えなさい。

- (1) 線形同次微分方程式 $y'' - 4y' + 4y = 0$ の一般解を求めなさい。

- (2) 微分方程式 (**) の特殊解をひとつ求めなさい。
なお、この微分方程式の特殊解が

$$y = a \sin x + b \cos x \quad (a, b \text{ は定数})$$

と書けることを利用してもよい。

- (3) 微分方程式 (**) の一般解を求めなさい。

4 2階定数係数線形微分方程式

$$f(D)y = F(x)$$

の一般解が

$$y = c_1 e^{-x} \cos \sqrt{3}x + c_2 e^{-x} \sin \sqrt{3}x + e^{2x} + x \quad (\dagger)$$

であるとき、多項式 $f(t)$ および関数 $F(x)$ を求めなさい。ただし、 c_1, c_2 は任意定数とする。

