

# 【復習】マクローリン展開の例

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \cdots$$

$$(1) e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} + \cdots$$

$$(2) \cos x = 1 - \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4!} - \cdots + (-1)^m \frac{x^{2m}}{(2m)!} + \cdots$$

$$(3) \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots + (-1)^m \frac{x^{2m+1}}{(2m+1)!} + \cdots$$

$$(4) \frac{1}{1-x} = 1 + x + \cdots + x^n + \cdots$$

$$(5) \log(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots + (-1)^n \frac{x^n}{n} + \cdots$$

# マクローリン展開の応用：近似値の計算

マクローリン展開の  $n$  次までの式

$$f(x) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \cdots$$

を、 $f(x)$  の  $n$  次近似多項式という。

事実

$x$  が 0 に近い値（つまり、 $|x|$  が十分小さい値）ならば、

$$f(x) \doteq f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2}x^2 + \cdots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

である。

→ 問題集 144.

## 2変数関数のマクローリン展開

---

$$\begin{aligned} f(x, y) &= f(0, 0) + f_x(0, 0)x + f_y(0, 0)y \\ &+ \frac{1}{2!} \left( f_{xx}(0, 0)x^2 + 2f_{xy}(0, 0)xy + f_{yy}(0, 0)y^2 \right) \\ &+ \frac{1}{3!} \left( f_{xxx}(0, 0)x^3 + 3f_{xxy}(0, 0)x^2y + 3f_{xyy}(0, 0)xy^2 + f_{yyy}(0, 0)y^3 \right) \\ &+ \cdots \end{aligned}$$

→ 問題集 148.