平成 29 年度春秋学期末試験問題・解答

試験実施日　　平成 29 年　7 月 27 日　1 時限

出題者記入欄

試験科目名 数学 I-J	**出題者名** 佐藤 弘康
試験時間 60 分	**平常授業日** 木 曜日 1 時限
持ち込みについて　可　不可 可、不可のいずれかに○印をつけ 持ち込み可のものを○で囲んでください 教科書 ・ 参考書 ・ ノート (手書きのみ ・ コピーも可) ・ 電卓 ・ 辞書 その他 ( )	
本紙以外に必要とする用紙　解答用紙 0 枚　計算用紙 0 枚	
通信欄	

受験者記入欄

学科	学年	クラス	学籍番号	氏名

採点者記入欄

採点欄	評価

1 ベクトル $\boldsymbol{a}=(x,2,-1), \boldsymbol{b}=(-2,-4,y)$ に対し, 次の問に答えなさい.

(1) $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ が直交するような x,y の組を 1 つ挙げなさい.

(2) $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ が 1 次従属となるような x,y を求めなさい.

2 $\boldsymbol{a}=(2,0,1,-1)$ と $\boldsymbol{b}=(\frac{1}{2},1,0,-1)$ に対し,

(1) 大きさ $|\boldsymbol{a}|,\ |\boldsymbol{b}|$

(2) 内積 $(\boldsymbol{a},\boldsymbol{b})$

(3) $\boldsymbol{a}$ と $\boldsymbol{b}$ のなす角 θ の余弦 $\cos\theta$

の値を求めなさい.

3 $\boldsymbol{a}_1=\begin{pmatrix}1\\0\\-1\end{pmatrix},\ \boldsymbol{a}_2=\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix},\ \boldsymbol{a}_3=\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}$ から, グラムシュミットの方法によって, 正規直交系を作りなさい.

4 部分空間とその基底に関する以下の文を読んで, 空欄に当てはまる最も適切な言葉, 数または式を回答欄に書きなさい.

$\boldsymbol{a}_1=\begin{pmatrix}-1\\2\\4\end{pmatrix}, \boldsymbol{a}_2=\begin{pmatrix}2\\-1\\1\end{pmatrix}, \boldsymbol{a}_3=\begin{pmatrix}1\\0\\2\end{pmatrix}$ が生成する部分空間を W とおく. つまり, W は $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3$ の 1 次 $\boxed{(1)}$ の集合である. W の生成元は 3 つだが, 次元は 3 ではない. なぜなら, $\boldsymbol{a}_1,\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3$ は 1 次 $\boxed{(2)}$ ではないからである. 実際, $\boldsymbol{a}_1=\boxed{(3)}\,\boldsymbol{a}_2+\boxed{(4)}\,\boldsymbol{a}_3$ となるので, $W=\langle\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3\rangle$ と書ける. また, $\boldsymbol{a}_2,\boldsymbol{a}_3$ は 1 次 $\boxed{(2)}$ なので, W の次元は 2 であることがわかる.

(解答欄)

(1)		(2)	
(3)		(4)	

5 集合 $W = \{(a+b, a-b, b) \in R^3 \mid a, b \in R\}$ が R^3 の部分空間であるか否か判定しなさい.

6 R^2 の線形変換 $f : R^2 \to R^2$ が

$$f(\boldsymbol{e}_1 - \boldsymbol{e}_2) = -4\boldsymbol{e}_1 + 2\boldsymbol{e}_2,$$
$$f(\boldsymbol{e}_1 + \boldsymbol{e}_2) = 2\boldsymbol{e}_1 + 4\boldsymbol{e}_2$$

を満たすとき, f の表現行列 A を求めなさい. ただし, $\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2$ は R^2 の基本ベクトルとする.

7 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -6 \end{pmatrix}$ の固有値を求めなさい. また, 各固有値に対する固有空間を求めなさい.

8 2 次形式 $x^2 + 4xy - 2y^2$ の標準形を求めなさい.