

平成 29 年度 ^春 _(秋) 定期末試験問題・解答

試験実施日 平成 30 年 1 月 25 日 3 時限

出題者記入欄

| | | | |
|--|-------------------------------|---------------------------------------|-----------------|
| 試験科目名 <u>微分法</u> | | 出題者名 <u>佐藤 弘康</u> | |
| 試験時間 <u>60</u> 分 | 平常授業日 <u>木</u> 曜日 <u>3</u> 時限 | | |
| 持ち込みについて 可 <input type="checkbox"/> 不可 <input checked="" type="checkbox"/> | | 可、不可のいずれかに○印をつけ 持ち込み可のものを○で囲んでください | |
| 教科書・参考書・ノート(手書きのみ・コピーも可)・電卓・辞書 その他 () | | | |
| 本紙以外に必要とする用紙 | | 解答用紙 <u>0</u> 枚 | 計算用紙 <u>0</u> 枚 |
| 通信欄 | | | |

受験者記入欄

| 学 科 | 学 年 | ク ラ ス | 学 籍 番 号 | 氏 名 |
|-----|-----|-------|---------|-----|
| | | | | |

採点者記入欄

| 採 点 欄 | 評 価 |
|-------|-----|
| | |

1 次の関数を微分しなさい.

$$(1) y = \frac{x^4}{2} - \frac{x^3}{9} + \frac{x^2}{4}$$

$$(2) y = (3 - 2x)^9$$

$$(3) y = \sqrt{x-1}$$

$$(4) y = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$$

$$(5) y = \sqrt{x^3 - x^2 + 3}$$

$$(6) y = 1 + \sin^2 x$$

$$(7) y = e^{2x+1}$$

$$(8) y = \log(3x - 4)$$

$$(9) y = \frac{3x+1}{2x^2-1}$$

$$(10) y = \frac{x}{\sqrt{2x-1}}$$

2 $(\log f(x))' = \frac{f'(x)}{f(x)}$ を利用して, 関数 $f(x) = 2^x$ の導関数 $f'(x)$ を求めなさい.

3 $y = \cos x$ ($0 \leq x \leq \pi$) の逆関数の導関数は,

$$(\cos^{-1} x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

である. これを利用して, 関数 $f(x) = \cos^{-1}(2x+1)$ の導関数 $f'(x)$ を求めなさい.

4 次の問に答えなさい。

(1) 関数 $f(x) = 2x - 5$ に対し、 $f^{-1}(3)$ の値を求めなさい。

(2) 関数 $g(x)$ の逆関数 $g^{-1}(x)$ が存在し、 $g^{-1}(3) = -2$ であるとする。このとき、 $g(-2)$ の値を求めなさい。

5 対数関数 $y = \log x$ (ただし、 $x > 0$) は増加関数か減少関数か答えなさい。また、その理由も述べなさい。

6 関数 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 2$ の増減を調べなさい。また、極値を求めなさい。

7 以下の文章を読んで、下の各問に答えなさい。

微分可能な関数 $f(x)$ と数 $x = a$ に対し、

$$g(x) = f(a) + f'(a)(x - a) + \frac{f''(a)}{2}(x - a)^2 \quad (*)$$

を $f(x)$ の $x = a$ の近傍での 2 次近似式とよぶ。 $g(x)$ は、

$$f(a) = g(a), \quad f'(a) = g'(a), \quad f''(a) = g''(a) \quad (\#)$$

を満たす 2 次関数と特徴付けることができる。なお、(*) の右辺の第 2 項までの 1 次式は、 $f(x)$ の $x = a$ における (あ) の方程式である。

次に、(*) を用いて $\sqrt{1.2}$ の近似値を求める方法について述べる。 $f(x) = \sqrt{1+x}$ とおくと、 $\sqrt{1.2} = f(\text{(ア)})$ である。 $f(x)$ の $x = 0$ の近傍での 2 次近似式 $g(x)$ は

$$f(0) = 1, \quad f'(0) = \text{(イ)}, \quad f''(0) = \text{(ウ)}$$

より、

$$g(x) = 1 + \text{(エ)}$$

となる。よって、

$$\sqrt{1.2} = f(\text{(ア)}) \approx g(\text{(ア)}) = \text{(オ)}$$

と近似値が得られる。

(1) (あ) に当てはまる最も適切な語句を答えなさい。ただし、「1 次近似式」ではない。

(あ) _____

(2) (ア) ~ (オ) に当てはまる数または式を答えなさい。

(ア) _____

(イ) _____

(ウ) _____

(エ) _____

(オ) _____

(3) $x = a$ の近傍での 3 次近似式は、(\#) および $f'''(a) = g'''(a)$ を満たす 3 次関数 $g(x)$ のことである。 $f(x) = \sqrt{1+x}$ の $x = 0$ の近傍での 3 次近似式を利用して $\sqrt{1.2}$ の近似値を計算しなさい。

(計算用紙)