「複素関数論」レポート問題 No.1

（平成 29 年 11 月 27 日　担当：佐藤 弘康）

（ヒント）

$\boxed{\mathbf{1}}$ 複素数 $a+bi$ の演算は, 実数の演算と同様にできる．ただし, $i^2=-1$ であることの注意する．i^n は, $i,-1,-i,1$ のいずれかで, 周期的である．

$\boxed{\mathbf{2}}$ どんな複素数も $r(\cos\theta+i\sin\theta)$ と表すことができ,

$$\begin{aligned} r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)\times r_2(\cos\theta+i\sin\theta) =& (r_1r_2)\cdot\{\cos(\theta_1+\theta_2)+i\sin(\theta_1+\theta_2)\}, \\ r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)\div r_2(\cos\theta+i\sin\theta) =& \frac{r_1}{r_2}\cdot\{\cos(\theta_1-\theta_2)+i\sin(\theta_1-\theta_2)\} \end{aligned}$$

が成り立つ．特に

$$\{r(\cos\theta+i\sin\theta)\}^n=r^n(\cos n\theta+i\sin n\theta)$$

である．複素数 w の n 乗根とは,「$z^n=w$ を満たす複素数 z のこと」である．

$\boxed{\mathbf{3}}$ (1)(2) は定義式を用いて計算すればよい．(3) は $\sin z$ と $\cos z$ の微分公式

$$(\sin z)'=\cos z, \qquad (\cos z)'=\sin z$$

と, 商の微分公式

$$\left(\frac{f(z)}{g(z)}\right)'=\frac{f'(z)\,g(z)-f(z)\,g'(z)}{\{g(z)\}^2},$$

および, (2) の結果を用いる．