

「複素関数論」レポート問題 No.1

(平成 29 年 11 月 27 日 担当: 佐藤 弘康)

提出期限: 12 月 11 日 (月)

※ 授業終了時に提出してもらいます。なお、この授業時間内にレポート作成作業をすることは認めません。

1 次の複素数を $x + iy$ (ただし, x, y は実数) の形に変形しなさい。

(1) $i^1 + i^2 + \cdots + i^n + \cdots + i^{2017}$

(2) $i^1 \times i^2 \times \cdots \times i^n \times \cdots \times i^{2017}$

2 次の問に答えなさい。

(1) $z = \frac{(1-i)^{10}(\sqrt{3}+i)^{15}}{(1-\sqrt{3}i)^{20}}$ の絶対値 $|z|$ と偏角 θ を求めなさい。ただし, $0 \leq \theta \leq 2\pi$ とする。

(2) $8 - 8i$ の 5 乗根をすべて求めなさい。

3 三角関数 $\sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$, $\cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$ について次の問に答えなさい。

(1) $\sin z$, または $\cos z$ の実部と虚部を求め, コーシー・リーマンの関係式を満たすことを示しなさい。

(2) $\cos^2 z + \sin^2 z = 1$ となることを示しなさい。

(3) $\tan z = \frac{\sin z}{\cos z}$ と定義する。このとき, $\tan z$ の導関数を求めなさい。