

平成 28 年度 ^春 学期末試験問題・解答

試験実施日 平成 28 年 7 月 28 日 3 時限

出題者記入欄

試験科目名 <u>線形代数学 II</u>		出題者名 <u>佐藤 弘康</u>	
試験時間 <u>60</u> 分	平常授業日 <u>木</u> 曜日 <u>3</u> 時限		
持ち込みについて 可 <input type="checkbox"/> 不可 <input checked="" type="checkbox"/>		可、不可のいずれかに○印をつけ 持ち込み可のものを○で囲んでください	
教科書・参考書・ノート(手書きのみ・コピーも可)・電卓・辞書 その他 ()			
本紙以外に必要とする用紙		解答用紙 <u>0</u> 枚	計算用紙 <u>0</u> 枚
通信欄			

受験者記入欄

学 科	学 年	ク ラ ス	学 籍 番 号	氏 名

採点者記入欄

採 点 欄	評 価

1 次の行列式を求めなさい.

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} -1 & 3 & 1 & -3 \\ 2 & 5 & -1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 & -1 \end{vmatrix}$$

2 3次正方行列 $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & * \\ * & * & 3 \\ 2 & -1 & * \end{pmatrix}$ の逆行列が

$$A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & * & 1 \\ 0 & * & -2 \\ * & 1 & * \end{pmatrix}$$

であるとする. このとき, 次の間に答えなさい.

(1) 小行列式 $|A_{23}|$ の値を求めなさい. ただし, A_{ij} は A から第 i 行と第 j 列を取り除いた 2×2 行列である.

(2) 行列式 $|A|$ の値は -2 である. その理由を述べなさい.

3 点 $P(-3, 2)$ について以下の間に答えなさい.

(1) 点 P を, 原点を中心に時計の針と反対周りに 45° 回転させた点の座標を求めなさい.

(2) 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ が表す1次変換 f によって, 点 Q は点 P に移るとする. このとき, 点 Q の座標を求めなさい.

4 $A = \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ について次の間に答えなさい.

(1) A の固有値を求めなさい.

(2) 各固有値に対する固有ベクトルを求めなさい.

(3) 行列 A が定める 1 次変換によって自分自身に移る直線 $y = mx$ をすべて求めなさい.

5 $A = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ について次の間に答えなさい.

(1) A の固有値を求めなさい.

(2) tPAP が対角行列となるような直交行列 P を求めなさい.

(3) (1)(2) の結果を利用して, 2 次形式

$$F = -x^2 + 8xy + 5y^2$$

を $F = \alpha X^2 + \beta Y^2$ と標準化しなさい. また, そのときの x, y と X, Y の関係式を答えなさい.

6 次の3つの条件をすべて満たす2次正方行列 A を求めなさい。ただし、 f は行列 A が定める1次変換とする。

(i) 行列式 $|A|$ の値は -6 である。

(ii) f によって、直線 $y = 2x$ はそれ自身に移る。

(iii) ベクトル $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ は、 A の固有値 2 に対する固有ベクトルである。