科目名 解析演習 解析基礎　　出題者名 佐藤 弘康

1 次の問に答えなさい．

(1) 126° を弧度法で表しなさい．

$$126 \times \frac{\pi}{180} = \mathbf{\frac{7\pi}{10}}$$ 【1 点】

(2) $\frac{9\pi}{5}$ を六十分法（度数法）で表しなさい．

$$\frac{9\pi}{5} \times \frac{180}{\pi} = 9 \times 36 = \mathbf{324°}$$ 【1 点】

(3) 1322° は第何象限の角が答えなさい．

$$180 < 1322 - 360 \times 3 = 242 < 270$$

よって，**第 3 象限**　【1 点】

2 $\sin\left(-\frac{22\pi}{3}\right)$ の値を求めなさい．

$$\sin\left(-\frac{22\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi \times (-4)\right) = \sin\frac{2\pi}{3} = \mathbf{\frac{\sqrt{3}}{2}}$$ 【1 点】

3 $-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$，$\sin\theta = -\frac{1}{4}$ のとき，次の問に答えなさい．

(1) θ は第何象限の角か答えなさい．

$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ より，θ は第 1 象限か第 4 象限である．また，$\sin\theta < 0$ より，θ は第 3 象限か第 4 象限である．よって，**第 4 象限**である．【1 点】

(2) $\cos\theta$ の符号は正と負のどちらか答えなさい．

$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$ なので**正**である．【1 点】

(3) $\cos\theta$ の値を求めなさい．

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

より，

$$\cos\theta = \sqrt{1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{15}{16}} = \mathbf{\frac{\sqrt{15}}{4}}$$ 【1 点】

(4) $\tan\theta$ の値を求めなさい．

$$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{-\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{15}}{4}} = -\frac{1}{\sqrt{15}} = \mathbf{-\frac{\sqrt{15}}{15}}$$ 【1 点】

4 角 θ を $\tan\theta = -\frac{3}{2}$ を満たす第 4 象限の角とする．このとき，次の問に答えなさい．

(1) $\sin\theta$ の符号は正と負のどちらか答えなさい．

θ は第 4 象限の角なので，**負**である．【1 点】

(2) $\sin\theta$ の値を求めなさい．

$$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$$

より，

$$1 + \frac{1}{\tan^2\theta} = \frac{1}{\sin^2\theta}$$

であるから，

$$\sin\theta = -\sqrt{\frac{1}{1 + 1\big/\left(-\frac{3}{2}\right)^2}} = -\sqrt{\frac{9}{13}} = \mathbf{-\frac{3\sqrt{13}}{13}}$$ 【1 点】

学籍番号	1							学科	
氏名									

5 半径 5 の扇型の面積が 5π であるとき，この扇形の中心角を求めなさい．

$$\frac{1}{2}\times 5^2\times\theta = 5\pi.$$

よって，

$$\theta = 2\times\frac{1}{5^2}\times 2\pi = \mathbf{\frac{2\pi}{5}} = \mathbf{72^\circ} \qquad 【1 点】$$

6 次の式を簡単にしなさい．

$$\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)+\cos(\theta-\pi)$$

$$\begin{aligned}&=\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)+\cos((\theta+\pi)-2\pi)\\&=\cos\theta+\cos(\theta+\pi) \qquad 【1 点】\\&=\cos\theta-\cos\theta\\&=\mathbf{0} \qquad 【1 点】\end{aligned}$$

7 $\triangle$ABC において，次の各問に答えなさい．ただし，$a=\mathrm{BC}, b=\mathrm{CA}, c=\mathrm{AB}$ とする．

(1) $b=3$，$c=4$，$A=120^\circ$ のとき，a を求めなさい．

余弦定理より，

$$\begin{aligned}a^2 =&3^2+4^2-2\cdot3\cdot4\cdot\cos120^\circ\\=&9+16+24\cdot\frac{1}{2}\\=&37\end{aligned}$$

よって，$\boldsymbol{a=\sqrt{37}}$． 【1 点】

(2) $a=3$，$b=5$，かつ，$\triangle$ABC の外接円の半径が $\dfrac{7}{\sqrt{3}}$ のとき，c の値をを求めなさい．

正弦定理より，

$$\sin A = \frac{a}{2R} = \frac{3}{2\cdot\frac{7}{\sqrt{3}}} = \frac{3\sqrt{3}}{14}. \quad 【1 点】$$

よって，

$$\cos A = \pm\sqrt{1-\sin^2 A} = \pm\sqrt{1-\frac{27}{196}} = \pm\frac{13}{14}. \quad 【1 点】$$

余弦定理より，

$$9=3^2=5^2+c^2-2\cdot5\cdot c\cdot\cos A = 25+c^2\mp\frac{65c}{7}.$$

つまり，c は次の 2 次方程式の解である【1 点】；

$$c^2\mp\frac{65}{7}c+16=0.$$

これを $7c^2\mp65c+112=0$ と変形して，解の公式を適用すると

$$\begin{aligned}c=&\frac{\pm65\pm\sqrt{65^2-4\times7\times112}}{14}\\=&\frac{\pm65\pm\sqrt{1089}}{14}=\frac{\pm65\pm33}{14}\end{aligned}$$

を得る．2 つの複号の組み合わせで正の値になるのは，

$$\frac{+65+33}{14} \quad と \quad \frac{+65-33}{14}$$

の 2 つのみである．よって，c の値は $\mathbf{7}$ かまたは $\mathbf{\frac{16}{7}}$ のいずれかである【3 点】(各 1 点．$\cos A$ を正と負の両方の場合で考察している場合はさらに 1 点)．

(※符号の組み合わせからわかるように，実際には $\cos A>0$ である)．

(別解) 正弦定理より $\sin B=\dfrac{5\sqrt{3}}{14}$．よって，$\cos B=\pm\dfrac{11}{14}$．余弦定理より，$c$ は

$$7c^2\mp33c-112=0$$

の解である．解の公式より，

$$c=\frac{\pm33\pm65}{14}.$$

を得る．2 つの複号の組み合わせで正の値になるのは，

$$\frac{+33+65}{14} \quad と \quad \frac{-33+65}{14}$$

の 2 つのみである ($\cos B>0$，$\cos B<0$ それぞれの場合に対応している)．

学籍番号	1							学科		
氏名										