平成 28 年度春秋中間試験問題・解答

試験実施日　　平成 28 年　6 月 10 日　4 時限

出題者記入欄

試験科目名 応用数学 I-J	出題者名 佐藤 弘康
試験時間 60 分	平常授業日 月 曜日 1 時限
持ち込みについて　可　不可	可、不可のいずれかに〇印をつけ 持ち込み可のものを〇で囲んでください
教科書・参考書・ノート (手書きのみ・コピーも可)・電卓・辞書 その他 (　)	
本紙以外に必要とする用紙　解答用紙 0 枚　計算用紙 0 枚	
通信欄	

受験者記入欄

学科	学年	クラス	学籍番号	氏名

採点者記入欄

採点欄	評価

1 2変数関数の連続性に関する以下の文を読んで，(1)(2)(3) に当てはまるもっとも適当なものを下の選択肢から選び，丸で囲みなさい．

関数

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0)\ \text{のとき}\\ 0 & (x,y)=(0,0)\ \text{のとき}\end{cases}$$

の原点 $(0,0)$ における連続性を考える．つまり，極限 $\displaystyle\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ の値が $\boxed{(1)}$ に等しいか否かを調べる．そのために，点 $\mathrm{P}(x,y)$ の座標を，P から原点までの距離 r と，線分 OP と x 軸との角 θ によって表す極表示を用いると

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)}\frac{x^2-y^2}{x^2+y^2}=\lim_{r\to 0}\boxed{}=\boxed{(2)}$$

となり，この値は θ によって変化することがわかる．ゆえに，この極限は存在しない．

よって，この関数は原点では連続で $\boxed{(3)}$ ．

（選択肢）

(1)　-1　・　0　・　1　・　∞

(2)　$\sin^2\theta$　・　$\sin 2\theta$　・　$\cos^2\theta$　・　$\cos 2\theta$

(3)　ある　・　ない

2 次の関数 $f(x,y)$ の偏導関数を求めなさい．

(1) $f(x,y)=\dfrac{x-y}{x+y}$

(2) $f(x,y)=\sin(xy)$

3 関数 $f(x,y)=y\,e^{xy}$ の2次偏導関数を求めなさい．

4 以下は $2.01^3\times1.98^4$ の近似値を計算する方法について述べた文章である．空欄に当てはまる最も適切な式または数を解答欄に書きなさい．

$f(x,y)=x^3y^4$ とおくと，

$$2.01^3\times1.98^4=f(2+\boxed{(1)},2+\boxed{(2)})$$

である．さて，$z=f(x,y)$ の全微分は

$$dz=\boxed{\quad(3)\quad}$$

であり，これは独立変数 x,y の増分が dx,dy のときの z の増分を表している．$x=y=2$, $dx=\boxed{(1)}$, $dy=\boxed{(2)}$ とおけば，

$$dz=\boxed{(4)}$$

となるので，次の近似値

$$2.01^3\times1.98^4=\boxed{(5)}+\boxed{(4)}$$

が得られる．

（解答欄）

(1) $\boxed{}$　　(2) $\boxed{}$

(3)（$z=x^3y^4$ の全微分）

$\boxed{}$

(4) $\boxed{}$　　(5) $\boxed{}$

5 $x^2+2xy-y^2=-8$ の陰関数を $y=f(x)$ とする．このとき，以下の問に答えなさい．

(1) $f(x)$ の導関数 $f'(x)$ を求めなさい．

(2) $f'(a)=0$ を満たす $x=a$ と，そのときの y の値の組をすべて求めなさい．

(3) $f'(a)=0$ を満たす $x=a$ に対し，$f''(a)$ の値を求めなさい．ただし，$F(x,y)=0$ の陰関数の 2 階導関数が

$$y''=-\frac{F_{xx}+2F_{xy}\,y'+F_{yy}(y')^2}{F_y}$$

となることを用いてよい．

6 関数

$$f(x,y)=\frac{1}{3}x^3-3xy+\frac{1}{3}y^3+4$$

の極値をすべて求めなさい．