

次の 6 ~ 10 の中から 3 つ選んで問に答えなさい。

6 関数 $f(z) = |z|^2$ について次の問に答えなさい。

(1) $f(z)$ が正則でないことを示しなさい。

(2) 0 を始点とし, $1-i$ を終点とする線分を C とする. このとき, $\int_C f(z) dz$ を求めなさい.

(3) 0 を始点とし, 1 を終点とする線分を C_1 , 1 を始点とし, $1-i$ を終点とする線分を C_2 とする. このとき, $\int_{C_1+C_2} f(z) dz$ を求めなさい.

7 $\int_C \frac{1}{z^2 + 2z + 2} dz$ を求めよなさい. ただし, C は単位円周とする.

8 C を単位円周とする. $z^5 + z^4 - 3 = 0$ の解が単位円の内部にあるか, 外部にあるか考察することにより, $\int_C \frac{1}{z^5 + z^4 - 3} dz$ を求めなさい.

9 次の積分値を, ある正則関数の特定の点での値とみなすことにより求めなさい.

(1) $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=1} \frac{e^z}{z^2 + 2z} dz$

(2) $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z-2i|=2} \frac{\sin z}{(z^2 + 1)} dz$

10 次の積分値を, ある正則関数の何階目かの微分係数と関係させることにより求めなさい.

(1) $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z|=2} \frac{z^3 + \sin z}{(z-i)^4} dz$

(2) $\frac{1}{2\pi i} \int_{|z-1|=1} \frac{\sin \pi z}{(z^2 - 1)^3} dz$