

平成 28 年度 ^春 _秋 定期末試験問題・解答

試験実施日 平成 29 年 1 月 23 日 4 時限

出題者記入欄

試験科目名 <u>複素関数論</u>	出題者名 <u>佐藤 弘康</u>
試験時間 <u>60</u> 分	平常授業日 <u>月</u> 曜日 <u>4</u> 時限
持ち込みについて 可 <input type="checkbox"/> 不可 <input checked="" type="checkbox"/>	可、不可のいずれかに○印をつけ 持ち込み可のものを○で囲んでください
教科書・参考書・ノート(手書きのみ・コピーも可)・電卓・辞書 その他 ()	
本紙以外に必要とする用紙	解答用紙 <u>0</u> 枚 計算用紙 <u>0</u> 枚
通信欄 <ul style="list-style-type: none"> • <u>1</u>～<u>3</u> の配点は各小問 10 点 (ただし, 合計点の上限は 85 点), <u>4</u> の配点は 15 点とする. • 必要ならば, $e^z, \sin z, \cos z$ の級数展開式を使ってもよい (試験開始後, 板書する). 	

受験者記入欄

学 科	学 年	ク ラ ス	学 籍 番 号	氏 名

採点者記入欄

採 点 欄	評 価

1 次の複素数 z の絶対値 $|z|$ と偏角 $\arg(z)$ を求めなさい.

(1) $\sqrt{6} + \sqrt{2}i$

(2) $-3i$

(3) e^{2i}

(4) $\frac{(\sqrt{3}i + 1)^{20}}{(1 + i)^{18}}$

2 次の複素関数のすべての極とその位数を答えなさい.

(1) $f(z) = \frac{z}{(z-1)(z+3)^2}$

(2) $f(z) = \frac{(z-3)^3}{(z+1)(z^2+1)}$

(3) $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$

(4) $f(z) = \frac{\sin z}{z^3}$

3 次の複素関数 $f(z)$ と曲線 C に対し、複素積分

$$\int_C f(z) dz$$

を求めなさい.

(1) $f(z) = (1 + 2z)^2$, $C : z = ti$ ($0 \leq t \leq 1$)

(2) $f(z) = \bar{z}$, $C : z = (1 + i)t$ ($0 \leq t \leq 1$)

(3) $f(z) = z^4 + 3z^2 - z + 4$, $C : |z| = 1$

(4) $f(z) = \frac{z}{(z+1)^2(z-2)}$, $C : |z| = 3$

(5) $f(z) = \frac{z+2}{z^2(z-4)}$, $C : |z| = 3$

4 $a > 1$ とする. $n = 0, 1, 2, \dots$ に対し,

$$\int_0^{2\pi} \frac{\cos n\theta}{a + \cos \theta} d\theta = 2\pi \cdot \frac{(\sqrt{a^2 - 1} - a)^n}{\sqrt{a^2 - 1}}$$

であることを示しなさい.