科目名 電気数学 II　　出題者名 佐藤 弘康

1 次の式を簡単にしなさい．

(1) $3^{\frac{3}{2}} \times 3^{\frac{4}{3}} \div 3^{\frac{5}{6}}$

$$= 3^{\frac{3}{2}} \times 3^{\frac{4}{3}} \times 3^{-\frac{5}{6}} = 3^{\frac{3}{2}+\frac{4}{3}-\frac{5}{6}} = 3^{\frac{9+8-5}{6}} = 3^2 = \mathbf{9}$$

【1 点】

(2) $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$

$$= \left\{ a\left(a \times a^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} = \left\{ a\left(a^{1+\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left\{ a\left(a^{\frac{3}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} = \left\{ a \times a^{\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} = \left(a^{1+\frac{3}{4}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

$$= \left(a^{\frac{7}{4}} \right)^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{4}\times\frac{1}{2}} = \boldsymbol{a^{\frac{7}{8}}}$$

【1 点】

(3) $\log_2 24 - \log_2 3$

$$= \log_2 \frac{24}{3} = \log_2 8 = \log_2 2^3 = 3\log_2 2 = \mathbf{3}$$

【1 点】

(4) $\log_{\sqrt{3}} 81$

$$= \frac{\log_3 81}{\log_3 \sqrt{3}} = \frac{\log_3 3^4}{\log_3 3^{\frac{1}{2}}} = \frac{4\log_3 3}{\frac{1}{2}\log_3 3} = \frac{4}{\frac{1}{2}} = \mathbf{8}$$

【1 点】

(5) $2\log_{10}\frac{3}{5} - \log_{10} 9 + \log_{10}\frac{1}{4}$

$$= \log_{10}\left(\frac{3}{5}\right)^2 - \log_{10} 9 + \log_{10}\frac{1}{4}$$

$$= \log_{10}\left(\frac{9}{25} \times \frac{1}{9} \times \frac{1}{4}\right)$$

$$= \log_{10}\frac{1}{100} = \log_{10} 10^{-2} = \mathbf{-2}$$

【1 点】

2 次の関数の概形を描きなさい（グラフと軸との交点の座標と漸近線を明示すること）．

(1) $y = 2^{-x}$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

- y 軸との交点は $(0, 1)$
- 漸近線は $y = 0$

グラフの概形は最後のページを参照.【1 点】

(2) $y = \log_3 x - 1$

$$y = \log_3 x + (-1)$$

- x 軸との交点は $(3, 0)$
- 漸近線は $x = 0$
- $y = \log_3 x$ のグラフを y 軸方向に (-1) だけ平行移動した曲線.

グラフの概形は最後のページを参照.【1 点】

(3) $y = 2 \times 2^x - 2$

$$y = 2^{x+1} - 2 = 2^{x-(-1)} + (-2)$$

- 原点を通る.
- 漸近線は $y = -2$
- $y = 2^x$ のグラフを x 軸方向に (-1) だけ y 軸方向に (-2) だけ平行移動した曲線.

グラフの概形は最後のページを参照.【1 点】

学籍番号	1				学科	
氏名						

3 次の各方程式を満たす実数 x をすべて求めなさい．

(1) $3^{x+3}=9^{x-2}$

$$\begin{aligned}
&\iff 3^{x+3}=\left(3^2\right)^{x-2}\\
&\iff 3^{x+3}=3^{2(x-2)}\\
&\iff x+3=2(x-2)\\
&\iff x=\mathbf{7} \qquad 【1 点】
\end{aligned}$$

(2) $\log_4 x+\log_4(x-6)=2$

真数は正なので，$x>0$ かつ $x-6>0$，つまり，

$$x>6$$

である（真数条件）．

$$\begin{aligned}
\log_4 x+\log_4(x-6)=2 &\iff \log_4 x(x-6)=2\log_4 4\\
&\iff \log_4(x^2-6x)=\log_4 4^2\\
&\iff x^2-6x=16\\
&\iff (x-8)(x+2)=0
\end{aligned}$$

したがって，$x=-2, 8$ であるが，真数条件より $x=\mathbf{8}$．
【1 点】

(3) $2^x-\sqrt[3]{4^x}-4\times\sqrt[3]{2^x}-6=0$

$t=\sqrt[3]{2^x}=2^{\frac{x}{3}}$ とおくと，

$$2^x=\left\{\left(2^x\right)^{\frac{1}{3}}\right\}^3=\left(2^{\frac{x}{3}}\right)^3=t^3,$$
$$\sqrt[3]{4^x}=\sqrt[3]{\left(2^2\right)^x}=\left(\sqrt[3]{2^x}\right)^2=t^2$$

である．したがって，上の方程式は

$$t^3-t^2-4t-6=0$$

となる．これは

$$(t-3)(t^2+2t+2)=0$$

と因数分解できるので，この解は $t=3$ である（$t^2+2t+2=0$ は実数解をもたない）．$t=\sqrt[3]{2^x}=2^{\frac{x}{3}}$ であるから，

$$\begin{aligned}
2^{\frac{x}{3}}=3 &\iff \log_2 2^{\frac{x}{3}}=\log_2 3\\
&\iff \frac{x}{3}=\log_2 3\\
&\iff x=\mathbf{3\log_2 3} \qquad 【2 点】
\end{aligned}$$

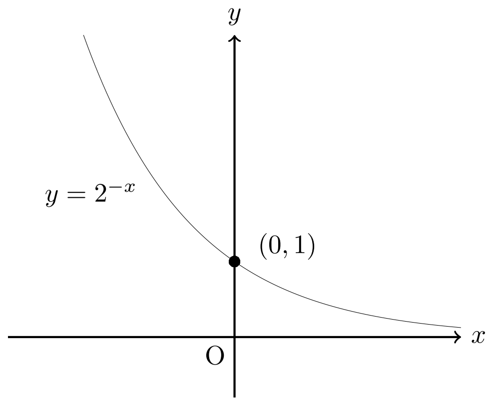
4 $\sqrt[4]{32}-\sqrt[4]{\frac{1}{8}}$ は，$p\times\sqrt[4]{2}$ の形に簡単にできる．この有理数 p の値を求めなさい．

$$\begin{aligned}
\sqrt[4]{32}-\sqrt[4]{\frac{1}{8}} &=\sqrt[4]{2^5}-\sqrt[4]{\frac{1}{2^3}}\\
&=\sqrt[4]{2^4\times 2}-\frac{1}{\sqrt[4]{2^3}}\\
&=2\sqrt[4]{2}-\frac{1\times\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2^3}\times\sqrt[4]{2}}\\
&=2\sqrt[4]{2}-\frac{\sqrt[4]{2}}{\sqrt[4]{2^4}}\\
&=2\sqrt[4]{2}-\frac{\sqrt[4]{2}}{2}\\
&=\left(2-\frac{1}{2}\right)\sqrt[4]{2}\\
&=\frac{3}{2}\sqrt[4]{2}
\end{aligned}$$

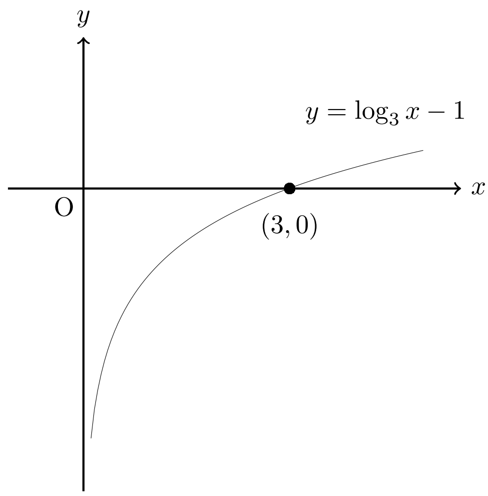
したがって，$\boldsymbol{p=\frac{3}{2}}$． 【2 点】

学籍番号	1							学科		
氏名										

(1) $y = 2^{-x}$



(2) $y = \log_3 x - 1$



(3) $y = 2 \times 2^x - 2$