科 目 名　線形代数学 I　　出 題 者 名　佐藤 弘康

**1** 次の計算をしなさい．

(1) $\begin{pmatrix} 4 & 9 & 6 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -5 & -8 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 7 & 4 & -2 \\ 0 & 8 & 6 \end{pmatrix} \qquad 【1 点】$$

(2) $2\begin{pmatrix} 3 & 9 & 6 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 6 & 18 & 12 \\ 4 & 2 & 10 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 & -12 & -9 \\ -15 & -9 & -3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 6 & 3 \\ -11 & -7 & 7 \end{pmatrix} \qquad 【1 点】$$

(3) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 23 & 9 \\ 17 & 50 & 21 \end{pmatrix} \qquad 【1 点】$$

(4) ${}^t\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 15 & 15 \\ -1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \qquad 【1 点】$$

**2** 次の問に答えなさい．

(1) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ の逆行列を求めなさい．

$$A^{-1} = \frac{1}{2 \times 6 - 1 \times (-1)}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \qquad 【1 点】$$

(2) (1) の結果を利用して，連立 1 次方程式

$$\begin{cases} 2x - y = 8 \\ x + 3y = -3 \end{cases}$$

の解を求めなさい．

この連立 1 次方程式は

$$A\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix}$$

と書ける．したがって，

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} &= A^{-1}\begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 8 \\ -3 \end{pmatrix} \\ &= \frac{1}{7}\begin{pmatrix} 21 \\ -14 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}. \end{aligned} \qquad 【1 点】$$

| 学籍番号 | 1 | | | | | | 学科 | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 氏名 | | | | | | | | |

**3** 下の行列の変形は連立 1 次方程式

$$\begin{cases} 2y + z = 6 \\ 2x - y + 5z = -1 \\ x + 3z = 1 \end{cases}$$

の拡大係数行列を行基本変形したものである．この変形が正しいか否か判定し，正しくない場合は，正しい行基本変形を施して連立 1 次方程式の解を求めなさい．

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 0 & 2 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 5 & -1 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 5 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 6 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -3 \\ 0 & 2 & 1 & 6 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{3} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{array}\right)$$

上の行基本変形が正しければ，連立方程式の解は $x = -1, y = 3, z = 0$ である．これは，連立方程式の 1 つ目の式を満たすものの，2 つ目と 3 つ目の式は満たさない．よって，この変形は <u>正しくない</u>（実際，2 つ目の行基本変形が正しくない）．正しい解は，$\underline{x = 1,\ y = 3,\ z = 0}$ である．　　【3 点】

**4** 次の連立 1 次方程式の解を求めなさい．

$$\begin{cases} x + 3y + 3z = 8 \\ 2x - y + z = 0 \\ 3x + y - 3z = 12 \end{cases}$$

行基本変形の例：

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 3 & 3 & 8 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -3 & 12 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 3 & 3 & 8 \\ 0 & -7 & -5 & -16 \\ 0 & -8 & -12 & -12 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 3 & 3 & 8 \\ 0 & -7 & -5 & -16 \\ 0 & 2 & 3 & 3 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 3 & 3 & 8 \\ 0 & 1 & 7 & -4 \\ 0 & 2 & 3 & 3 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & -18 & 20 \\ 0 & 1 & 7 & -4 \\ 0 & 0 & -11 & 11 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & -18 & 20 \\ 0 & 1 & 7 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$$

よって，解は $\underline{x = 2,\ y = 3,\ z = -1}$ である．　　【3 点】

| 学籍番号 | 1 | | | | | | | 学科 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 氏名 | | | | | | | | | | |