1 次の問に答えなさい．

(1) 105° を弧度法で表しなさい．

$$105\times\frac{\pi}{180}=\mathbf{\frac{7\pi}{12}}$$ 【5 点】

(2) $-\frac{\pi}{3}$ を六十分法（度数法）で表しなさい．

$$-\frac{\pi}{3}\times\frac{180}{\pi}=\mathbf{-60^\circ}$$ 【5 点】

(3) -777° は第何象限の角が答えなさい．

$$270<-777-360\times 3=303<360$$

よって，**第 4 象限** 【5 点】

2 次の値を求めなさい．

(1) $\sin\frac{25\pi}{6}$

$$\begin{aligned}&=\sin\left(\frac{\pi}{6}+2\pi\times 2\right)\\&=\sin\frac{\pi}{6}\\&=\mathbf{\frac{1}{2}}\end{aligned}$$ 【5 点】

(2) $\cos\frac{7\pi}{12}$

$$=\cos 105^\circ=\cos(45^\circ+60^\circ)$$

$$=\cos 45^\circ\cos 60^\circ-\sin 45^\circ\sin 60^\circ$$ 【5 点】

$$=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$=\mathbf{\frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}}$$ 【5 点】

3 $0<\theta<\pi$，$\cos\theta=-\frac{1}{3}$ のとき，次の値を求めなさい．

(1) $\sin\theta$

$0<\theta<\pi$ のとき，$\sin\theta>0$ である【5 点】．よって，

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$$

より，

$$\sin\theta=\sqrt{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{8}{9}}=\mathbf{\frac{2\sqrt{2}}{3}}$$ 【5 点】

(2) $\cos\frac{\theta}{2}$

$0<\theta<\pi$ より，$0<\frac{\theta}{2}<\frac{\pi}{2}$ なので，$\cos\frac{\theta}{2}>0$ である【5 点】．半角の公式より，

$$\cos^2\frac{\theta}{2}=\frac{1}{2}(\cos\theta+1)=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{3}+1\right)=\frac{1}{3}.$$

$\cos\frac{\theta}{2}>0$ より，$\cos\frac{\theta}{2}=\mathbf{\frac{1}{\sqrt{3}}}$. 【5 点】

4 角 θ を $\tan\theta=-\frac{3}{4}$ を満たす第 4 象限の角とする．このとき，$\cos\theta$ の値を求めなさい．

θ が第 4 象限の角のとき，$\cos\theta>0$ である【5 点】．

$$\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$$

より，

$$\tan^2\theta+1=\frac{1}{\cos^2\theta}$$

であるから，

$$\cos\theta=\sqrt{\frac{1}{\left(-\frac{3}{4}\right)^2+1}}=\sqrt{\frac{16}{25}}=\mathbf{\frac{4}{5}}$$ 【5 点】

$\boxed{\mathbf{5}}$ 半径 5 の円で，中心角 72° に対する弧の長さを求めなさい．

$$5 \times \left(72 \times \frac{\pi}{180}\right) = \boldsymbol{2\pi} \qquad 【5 点】$$

$\boxed{\mathbf{6}}$ △ABC において，次の各問に答えなさい．

(1) $b = 3$，$c = 5$，$A = 60°$ のとき，a を求めなさい．

余弦定理より，

$$\begin{aligned} a^2 &= 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \cos 60° \\ &= 9 + 25 - 30 \cdot \frac{1}{2} \\ &= 19 \end{aligned}$$

よって，$\boldsymbol{a = \sqrt{19}}$．　　【5 点】

(2) $a = 4$，$b = 5$，$c = 6$ のとき，△ABC の外接円の半径を求めなさい．

余弦定理より，

$$\begin{aligned} 16 = 4^2 &= 5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos A \\ &= 25 + 36 - 60 \cdot \cos A. \end{aligned}$$

したがって，$\cos A = \dfrac{3}{4}$ である【5 点】．三角比の性質と，$0 < A < 180°$ より，

$$\sin A = \sqrt{1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \frac{\sqrt{7}}{4}.$$

よって，正弦定理より，外接円の半径は

$$R = \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{\sin A} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = \boldsymbol{\frac{8}{\sqrt{7}}} \qquad 【5 点】$$

$\boxed{\mathbf{7}}$ 次の関数のグラフの概形を描きなさい．

(1) $y = \sin(2x)$

$y = \sin x$ の周期を 2π から π にしたグラフである．【5 点】

(2) $y = \cos\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right)$

加法定理より，$\cos\left(x - \dfrac{\pi}{2}\right) = \sin x$．したがって，$y = \sin x$ のグラフと同じである．　【5 点】

(3) $y = 2\sin^2 x$

半角の公式より，$2\sin^2 x = 1 - \cos 2x$．したがって，$y = 1 - \cos 2x$ のグラフを描けばよい．これは $y = \cos x$ の周期を π にしたグラフ（$y = \cos 2x$）を x 軸に関して対称変換し（$y = -\cos 2x$），それを y 軸方向に $+1$ だけ平行移動した曲線である．　【5 点】

$\boxed{8}$ 方程式

$$\sin x + \sin 2x = \cos x + \cos 2x$$

を満たす x をすべて求めなさい．ただし，$0 \leqq x \leqq 2\pi$ とする．

両辺に「和を積に直す公式」を適用すると

$$2\sin\frac{x+2x}{2}\cos\frac{x-2x}{2} = 2\cos\frac{x+2x}{2}\cos\frac{x-2x}{2}$$
$$\iff 2\sin\frac{3x}{2}\cos\frac{x}{2} = 2\cos\frac{3x}{2}\cos\frac{x}{2}$$
$$\iff \left(\sin\frac{3x}{2} - \cos\frac{3x}{2}\right)\cos\frac{x}{2} = 0$$

左辺の第 1 因子に「三角関数の合成」の公式を適用すると

$$\iff \sqrt{2}\sin\left(\frac{3x}{2}+\alpha\right)\cos\frac{x}{2} = 0, \quad \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} = -\sin\alpha$$
$$\iff \sqrt{2}\sin\left(\frac{3x}{2}-\frac{\pi}{4}\right)\cos\frac{x}{2} = 0$$
$$\iff \sin\left(\frac{3x}{2}-\frac{\pi}{4}\right) = 0,\ \text{または},\ \cos\frac{x}{2} = 0$$
$$\iff \begin{cases} \dfrac{3x}{2}-\dfrac{\pi}{4} = \dots, -\pi,\ 0,\ \pi,\ 2\pi,\ 3\pi, \dots \\ \dfrac{x}{2} = \dots,\ -\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{3\pi}{2}, \dots \end{cases}$$
$$\iff \begin{cases} \dfrac{3x}{2} = \dots, -\dfrac{3\pi}{4},\ \dfrac{\pi}{4},\ \dfrac{5\pi}{4},\ \dfrac{9\pi}{4},\ \dfrac{13\pi}{4}, \dots \\ x = \dots,\ -\pi,\ \pi,\ 3\pi, \dots \end{cases}$$
$$\iff \begin{cases} x = \dots, -\dfrac{\pi}{2},\ \dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{5\pi}{6},\ \dfrac{3\pi}{2},\ \dfrac{13\pi}{6}, \dots \\ x = \dots,\ -\pi,\ \pi,\ 3\pi, \dots \end{cases}$$

$0 \leqq x \leqq 2\pi$ なので，

$$\boldsymbol{\frac{\pi}{6},\ \frac{5\pi}{6},\ \pi,\ \frac{3\pi}{2}}$$

である．【15 点（部分点なし）】