科　目　名　線形代数学 I　　出　題　者　名　佐藤 弘康

1　次の計算をしなさい．

(1) $\begin{pmatrix} 3 & -5 & -8 \\ 3 & 6 & 5 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & 9 & 6 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 7 & 4 & -2 \\ 0 & 8 & 6 \end{pmatrix}$　【1 点】

(2) $2\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 5 & 3 & 1 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 3 & 9 & 6 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 2 & 8 & 6 \\ 10 & 6 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -9 & -27 & -18 \\ -6 & -3 & -15 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} -7 & -19 & -12 \\ 4 & 3 & -13 \end{pmatrix}$　【1 点】

(3) $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 8 & 23 & 9 \\ 17 & 50 & 21 \end{pmatrix}$　【1 点】

(4) ${}^t\!\begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 6 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ -1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$　【1 点】

$= \begin{pmatrix} 15 & 15 \\ -1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$　【1 点】

(5) $\begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 1 & 3 & 0 \\ -4 & 5 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 5 \\ -3 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} 11 & 3 & 29 \\ -9 & 10 & 8 \\ -13 & 12 & -10 \end{pmatrix}$　【2 点】

2　次の各行列 A に対し，A の逆行列が存在するか否か判定しなさい．逆行列が存在する場合は A^{-1} を求めなさい．

(1) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$

$1\times4-(-2)\times(-2)=0$ より，逆行列は存在しない．　【1 点】

(2) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

$A^{-1} = \dfrac{1}{2\times6-1\times(-1)}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

$= \dfrac{1}{7}\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$　【1 点】

学籍番号	1						学科	
氏名								

3 下の行列の変形は連立 1 次方程式

$$\begin{cases} 2y+z=6 \\ 2x-y+5z=-1 \\ x+3z=1 \end{cases}$$

の拡大係数行列を行基本変形したものである．この変形が正しいか否か判定しなさい．正しい場合はその正しさを証明し，正しくない場合は正しい行基本変形を施して連立 1 次方程式の解を求めなさい．

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 0 & 2 & 1 & 6 \\ 2 & -1 & 5 & -1 \\ 1 & 0 & 3 & 1 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 5 & -1 \\ 0 & 2 & 1 & 6 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -3 \\ 0 & 2 & 1 & 6 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right)$$

上の行基本変形が正しければ，連立方程式の解は $x=1, y=3, z=0$ である．実際に，これらは連立方程式の 3 つの式をすべて満たす．よって，この変形は正しいと言える． 【2 点】

4 次の連立 1 次方程式の解を求めなさい．

$$\begin{cases} x+3y+3z=8 \\ 2x-y+z=0 \\ 3x+y-3z=12 \end{cases}$$

行基本変形の例：

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 3 & 3 & 8 \\ 2 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -3 & 12 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 3 & 3 & 8 \\ 0 & -7 & -5 & -16 \\ 0 & -8 & -12 & -12 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 3 & 3 & 8 \\ 0 & -7 & -5 & -16 \\ 0 & 2 & 3 & 3 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 3 & 3 & 8 \\ 0 & 1 & 7 & -4 \\ 0 & 2 & 3 & 3 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & -18 & 20 \\ 0 & 1 & 7 & -4 \\ 0 & 0 & -11 & 11 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & -18 & 20 \\ 0 & 1 & 7 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$$
$$\downarrow$$
$$\left(\begin{array}{rrr|r} 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right)$$

よって，解は $\underline{x=2,\ y=3,\ z=-1}$ である． 【3 点】

学籍番号	1					学科		
氏名								