科 目 名　微分積分学 I　　出 題 者 名　佐藤 弘康

1 次の極限値を求めよ．

(1) $\lim_{x\to -1} \dfrac{x+1}{x^2+4x+3}$

$$\lim_{x\to -3} \frac{x+1}{x^2+4x+3} = \lim_{x\to -1} \frac{x+1}{(x+1)(x+3)} = \lim_{x\to -1} \frac{1}{x+3} = \frac{1}{-1+3} = \frac{1}{2}$$ 【1 点】

(2) $\lim_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{3}}{x-2}$

$$\lim_{x\to 2} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{3}}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(\sqrt{x+1}-\sqrt{3})(\sqrt{x+1}+\sqrt{3})}{(x-2)(\sqrt{x+1}+\sqrt{3})} = \lim_{x\to 2} \frac{(x+1)-3}{(x-2)(\sqrt{x+1}+\sqrt{3})} = \lim_{x\to 2} \frac{x-2}{(x-2)(\sqrt{x+1}+\sqrt{3})} = \lim_{x\to 2} \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{2+1}+\sqrt{3}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}$$ 【1 点】

(3) $\lim_{x\to 0} \dfrac{1}{x}\left(\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{x+2}\right)$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1}{x}\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{x+2}\right) = \lim_{x\to 0} \frac{1}{x} \times \frac{(x+2)-2}{2(x+2)} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{x} \times \frac{x}{2(x+2)} = \lim_{x\to 0} \frac{1}{2(x+2)} = \frac{1}{2(0+2)} = \frac{1}{4}$$ 【1 点】

2 導関数の定義にしたがって，関数 $y=\sqrt{x}$ を微分せよ．

教科書 p.33 例題 1 を参照 【1 点】

3 次の関数を微分せよ．

(1) $y = 3x^4 - 2x^3 + 5x + 3$

$y' = 12x^3 - 6x^2 + 5$ 【1 点】

(2) $y = (3-2x)^4$

$y' = 4(3-2x)^{4-1} \times (-2) = -8(3-2x)^3$ 【1 点】

学籍番号	1					学科	
氏名							

日本工業大学

(3) $y=(x^2+1)\sqrt{2x-1}$

$$\begin{aligned} y' =& 2x\sqrt{2x-1}+(x^2+1)\times\frac{1}{2}(2x-1)^{-\frac{1}{2}}\times 2 \\ =& 2x\sqrt{2x-1}+\frac{x^2+1}{\sqrt{2x-1}} \\ =& \frac{2x(2x-1)+x^2+1}{\sqrt{2x-1}} \\ =& \frac{5x^2-2x+1}{\sqrt{2x-1}} \end{aligned}$$ 【1 点】

(4) $y=\dfrac{x+7}{3-x}$

$$y'=\frac{(3-x)-(x+7)\times(-1)}{(3-x)^2}=\frac{10}{(3-x)^2}$$ 【1 点】

(5) $y=\sin(4-3x)$

$y'=\cos(4-3x)\times(4-3x)'=-3\cos(4-3x)$【1 点】

(6) $y=x^3\cos x$

$y'=3x^2\cos x-x^3\sin x$ 【1 点】

(7) $y=\sin^2\left(\dfrac{2x-1}{3x+1}\right)$

$f(t)=t^2$, $g(x)=\sin\left(\dfrac{2x-1}{3x+1}\right)$ とおくと，$y=f\circ g(x)$ である．$f'(t)=2t$ より，

$$\begin{aligned} y' =& f'(g(x))\times g'(x) \\ =& 2g(x)\times g'(x) \\ =& 2\sin\left(\frac{2x-1}{3x+1}\right)\times g'(x) \end{aligned}$$

また，$F(t)=\sin t$, $G(x)=\dfrac{2x-1}{3x+1}$ とおくと，$g(x)=F\circ G(x)$ である．$F'(t)=\cos t$ より，

$$\begin{aligned} g'(x) =& F'(G(x))\times G'(x) \\ =& \cos(G(x))\times G'(x) \\ =& \cos\left(\frac{2x-1}{3x+1}\right)\times\left(\frac{2x-1}{3x+1}\right)' \\ =& \cos\left(\frac{2x-1}{3x+1}\right)\times\frac{(2x-1)'\cdot(3x+1)-(2x-1)\cdot(3x+1)'}{(3x+1)^2} \\ =& \cos\left(\frac{2x-1}{3x+1}\right)\times\frac{5}{(3x+1)^2} \end{aligned}$$

以上のことから，

$$y'=\frac{10}{(3x+1)^2}\sin\left(\frac{2x-1}{3x+1}\right)\cos\left(\frac{2x-1}{3x+1}\right).$$ 【1 点】

学籍番号	1					学科		
氏名								