

1 次の行列式を求めなさい.

$$(1) \begin{vmatrix} -3 & 1 \\ 5 & 2 \end{vmatrix}$$

$$(2) \begin{vmatrix} 4 & 6 & 8 \\ -1 & 3 & 7 \\ 1 & -3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & 4 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 6 & 2 & 1 \\ 2 & 12 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

2 行列  $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$  について、次の間に答えなさい.

(1) 行列式  $|A|$  の値を求めなさい.

(2)  $A$  の余因子行列  $\tilde{A}$  を求めなさい.

(3)  $A\tilde{A}$  を求めなさい.

(4) (1)(2)(3) の結果を利用して逆行列  $A^{-1}$  を求めなさい.

3 次の各問に答えなさい。

(1) 行列  $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$  が定める 1 次変換による点  $(1, 2)$  の像を求めなさい。

(2) 行列  $\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  が定める 1 次変換による点  $P$  の像が  $(1, 3)$  であるとき,  $P$  の座標を求めなさい。

(3) 原点を中心に反時計回りに  $120^\circ$  回転させる行列を書きなさい。

4 直交行列の定義を書きなさい。

5 行列  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & -3 \end{pmatrix}$  について次の問に答えなさい。

(1)  $A$  の固有値を求めなさい。

(2) (1) で求めた各固有値に対し, 固有ベクトルを求めなさい。

(3)  $A^{101}$  を求めなさい。

6 平面の1次変換  $f$  は次の3つの条件を満たすとする;

(i)  $f$  によって直線  $x + 2y + 3 = 0$  は直線  $x + 2y = 0$  に移る.

(ii)  $f$  によって直線  $2x - y - 3 = 0$  上のすべての点はある1点に移る.

(iii) 点  $(1, 0)$  の  $f$  による像の  $x$  座標は2である.

このとき,  $f$  の行列  $M$  を求めなさい.