問 5(p.26) の解答

(1) 点 D は辺 BC の中点[*1]なので，

$$\vec{d} = \frac{1 \cdot \vec{b} + 1 \cdot \vec{c}}{1+1} = \underline{\frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})}$$

と表される．

(2) △ABC の重心を G，△DEF の重心を G' とし，それらの位置ベクトルをそれぞれ $\vec{g}, \vec{g}'$ とする．このとき，例題 2 (p.25) の結果より，

$$\vec{g} = \frac{1}{3}\left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right),$$
$$\vec{g}' = \frac{1}{3}\left(\vec{d} + \vec{e} + \vec{f}\right)$$

となる．ここで，(1) の結果より

$$\vec{d} = \frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c})$$

である，また，同様の議論により，

$$\vec{e} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{a}), \qquad \vec{f} = \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})$$

であるから，これらを $\vec{g}'$ の式に代入すると，

$$\begin{aligned} \vec{g}' &= \frac{1}{3}\left(\vec{d} + \vec{e} + \vec{f}\right) \\ &= \frac{1}{3}\left\{\frac{1}{2}(\vec{b} + \vec{c}) + \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{a}) + \frac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b})\right\} \\ &= \frac{1}{2}\left(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}\right) = \vec{g} \end{aligned}$$

となる．以上のことから，点 G と点 G' は一致することがわかる．

[*1] すなわち点 D は線分 BC を 1:1 に内分する点である．