

1 2点 $A(1, 3, 4)$, $B(3, 1, -5)$ について、次を求めなさい。

(1) 2点 A , B の距離

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(3-1)^2 + (1-3)^2 + (-5-4)^2} \\ &= \sqrt{4 + 4 + 81} \\ &= \sqrt{89} \end{aligned}$$

(2) 線分 AB を $3:4$ に内分する点の座標

$$\begin{aligned} &\left(\frac{1 \times 4 + 3 \times 3}{7}, \frac{3 \times 4 + 1 \times 3}{7}, \frac{4 \times 4 + (-5) \times 3}{7} \right) \\ &= \left(\frac{13}{7}, \frac{15}{7}, \frac{1}{7} \right) \end{aligned}$$

(3) 2点 A , B から等距離にある y 軸上の点の座標

求める点を $P(0, k, 0)$ とおく。

$$\begin{aligned} AP^2 &= 1^2 + (3-k)^2 + 4^2 \\ &= k^2 - 6k + 26 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BP^2 &= 3^2 + (1-k)^2 + (-5)^2 \\ &= k^2 - 2k + 35 \end{aligned}$$

$$AP^2 = BP^2 \text{ より } 4k = -9$$

$$\therefore k = -\frac{9}{4}$$

日本工業大学 求める点の座標は $\left(0, -\frac{9}{4}, 0\right)$

2 3つのベクトル $\vec{a} = (8, 9, 1)$, $\vec{b} = (4, 2, 2)$, $\vec{c} = (5, -1, -6)$ に関して、次を求めなさい。

(1) $\vec{a} + 2\vec{b}$ の基本ベクトル表示

$$\begin{aligned} \vec{a} + 2\vec{b} &= 8\vec{i} + 9\vec{j} + \vec{k} + 2(4\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}) \\ &= \underline{16\vec{i} + 13\vec{j} + 5\vec{k}} \end{aligned}$$

(2) $2(\vec{c} - \vec{b}) - 3(\vec{a} + \vec{b})$ の成分表示

$$\begin{aligned} &2(\vec{c} - \vec{b}) - 3(\vec{a} + \vec{b}) \\ &= 2\vec{c} - 2\vec{b} - 3\vec{a} - 3\vec{b} \\ &= -3\vec{a} - 5\vec{b} + 2\vec{c} \\ &= -3(8, 9, 1) - 5(4, 2, 2) + 2(5, -1, -6) \\ &= (-24, -27, -3) + (-20, -10, -10) + (10, -2, -12) \\ &= \underline{(-34, -39, -25)} \end{aligned}$$

(3) \vec{c} の大きさ

$$\begin{aligned} |\vec{c}| &= \sqrt{5^2 + (-1)^2 + (-6)^2} \\ &= \sqrt{25 + 1 + 36} \\ &= \underline{\sqrt{62}} \end{aligned}$$

(4) $3\vec{a} - 2\vec{b}$ の逆ベクトルの成分表示

$$\begin{aligned} -(3\vec{a} - 2\vec{b}) &= -3\vec{a} + 2\vec{b} \\ &= -3(8, 9, 1) + 2(4, 2, 2) \\ &= (-24, -27, -3) + (8, 4, 4) \\ &= \underline{(-16, -23, 1)} \end{aligned}$$

- 3 ベクトル $\vec{a} = (2, k, 5)$, $\vec{b} = (h, 3, -10)$ が平行であるように、 k と h を定めなさい。

\vec{a} と \vec{b} が平行とは

$\vec{a} = l\vec{b}$ とみたす数 l が存在

するとは

である。

$$\vec{a} = l\vec{b}$$

$$\Leftrightarrow (2, k, 5) = l(h, 3, -10) \\ = (lh, 3l, -10l)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = lh & \text{--- ①} \\ k = 3l & \text{--- ②} \\ 5 = -10l & \text{--- ③} \end{cases}$$

$$\text{③より } l = -\frac{1}{2} \quad \text{--- ④}$$

④を①に代入する

$$2 = -\frac{1}{2} \times h$$

$$\therefore h = -4$$

④を②に代入する

$$k = 3 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}$$

- 4 正の数 m と単位ベクトル \vec{a} に対し、 $m\vec{a} = (1, -1, 2)$ であるとき、 \vec{a} の成分表示を求めなさい。

$$\vec{a} = (x, y, z) \text{ とおく。}$$

\vec{a} は単位ベクトルであるから

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1 \quad (\leftarrow |\vec{a}| = 1)$$

が成り立つ。

(*)

$$\text{また } m\vec{a} = (1, -1, 2) \text{ であるから}$$

$$(1, -1, 2) = m(x, y, z) \quad \text{--- (\#)} \\ = (mx, my, mz)$$

$$\text{つまり } \begin{cases} mx = 1 & \text{--- ①} \\ my = -1 & \text{--- ②} \\ mz = 2 & \text{--- ③} \end{cases} \text{ が成り立つ。}$$

③より $x = \frac{1}{m}$

$$y = -\frac{1}{m}, \quad z = \frac{2}{m}$$

① (*) に代入する

$$\frac{1}{m^2} + \frac{1}{m^2} + \frac{4}{m^2} = 1$$

$$\Leftrightarrow \frac{6}{m^2} = 1$$

$$\Leftrightarrow m^2 = 6$$

$$\Leftrightarrow m = \sqrt{6} \quad (m > 0 \text{ より})$$

①より、(\#)より

$$(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{6}} (1, -1, 2)$$

学 科

学籍番号

氏 名