解析基礎（第 **3** 回「鈍角の三角比」の追加問題）

$\boxed{\text{問題}}$ $90^\circ < \alpha, \beta < 180^\circ$ とする．このとき，次の問に答えなさい．

(1) $\sin\alpha = \dfrac{1}{3}$ のとき，$\cos\alpha$ の値を求めなさい．
(2) $\tan\beta = -5$ のとき，$\sin\beta$ の値を求めなさい．

（解）(1) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ より，

$$\cos^2\alpha = 1 - \sin^2\alpha = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{8}{9},$$

すなわち，$\cos\alpha = \pm\sqrt{\dfrac{8}{9}} = \pm\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$ である．$90^\circ < \alpha < 180^\circ$ より，$\cos\alpha < 0$ であるから，$\cos\alpha = -\boldsymbol{\dfrac{2\sqrt{2}}{3}}$ である．

(2) 正接の性質より，$-5 = \tan\beta = \dfrac{\sin\beta}{\cos\beta}$ であるから，

$$\cos\beta = -\frac{1}{5}\sin\beta \tag{0.1}$$

を満たす．$\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$ より，

$$\begin{aligned} 1 &= \sin^2\beta + \left(-\frac{1}{5}\sin\beta\right)^2 \\ &= \frac{1}{25}\sin^2\beta + \sin^2\beta \\ &= \frac{26}{25}\sin^2\beta \end{aligned}$$

となる．したがって，$\sin^2\beta = \dfrac{25}{26}$ である．$90^\circ < \beta < 180^\circ$ より，$\sin\beta > 0$ なので，$\sin\beta = \boldsymbol{\dfrac{5}{\sqrt{26}}}$ を得る．

<u>コメント</u>

- $\sin^2\beta + \cos^2\beta = 1$ より，$\sin\beta$ も $\cos\beta$ もその絶対値は 1 以下である．(2) において，$\sin\beta = \sqrt{26}$ という解答がいくつかあったが，これが誤答であることはすぐに気づいて欲しい．

（**2014** 年春学期　対象： 機械工学科 **1** 年）