解析基礎（第 **2** 回「三角比の相互関係」の追加問題）

$\boxed{\text{問題}}$ 直角三角形 ABC（ただし $\angle C$ が直角）に対し，$\tan A = 3$ であるとする．このとき，$\sin A$, $\cos A$ の値を求めなさい．

（解）仮定と正接の性質より，$3 = \tan A = \dfrac{\sin A}{\cos A}$ であるから，$\angle A$ の正弦と余弦は

$$\sin A = 3\cos A \tag{0.1}$$

を満たす．$\sin^2 A + \cos^2 A = 1$ より，

$$\begin{aligned} 1 =& (3\cos A)^2 + \cos^2 A \\ =& 9\cos^2 A + \cos^2 A \\ =& 10\cos^2 A \end{aligned}$$

となる．したがって，$\cos^2 A = \dfrac{1}{10}$ である．$\cos A > 0$ なので，$\boldsymbol{\cos A = \dfrac{1}{\sqrt{10}}}$ を得る．この結果と (0.1) 式より，$\boldsymbol{\sin A = \dfrac{3}{\sqrt{10}}}$ を得る．

<u>コメント</u>

- 公式 $\tan^2 A + 1 = \dfrac{1}{\cos^2 A}$ を用いて，直接 $\cos A$ を求めても良い．
- $\tan^2 A + 1 = \dfrac{1}{\cos^2 A}$ を $\cos^2 A = \dfrac{1}{\tan^2 A} + 1$ と式変形している者が数名いたが，これは間違いである．正しくは $\cos^2 A = \dfrac{1}{\tan^2 A + 1}$．