

1 次の不定積分を求めなさい。

$$(1) \int (x^2 - 6x + 5) dx$$

$$= \frac{x^3}{3} - 3x^2 + 5x + C \quad \text{【1点】}$$

$$(2) \int \frac{1}{x^2} dx$$

$$= \int x^{-2} dx$$

$$= \frac{1}{-2+1} x^{-2+1} + C$$

$$= -\frac{1}{x} + C \quad \text{【1点】}$$

$$(3) \int (3x - 2)^4 dx$$

$$= \frac{1}{4+1} (3x - 2)^{4+1} \times \frac{1}{3} + C$$

$$= \frac{1}{15} (3x - 2)^5 + C \quad \text{【1点】}$$

$$(4) \int e^{3x} dx$$

$$= \frac{1}{3} e^{3x} + C \quad \text{【1点】}$$

$$(5) \int \tan 2x dx$$

$$= \int \frac{\sin 2x}{\cos 2x} dx$$

$$= \frac{1}{2} \int -\frac{(\cos 2x)'}{\cos 2x} dx$$

$$= -\frac{1}{2} \log |\cos 2x| + C \quad \text{【1点】}$$

$$(6) \int \frac{1}{x-3} dx$$

$$= \log |x-3| + C \quad \text{【1点】}$$

$$(7) \int \frac{1}{x^2+4} dx$$

$$= \frac{1}{4} \int \frac{1}{\left(\frac{x}{2}\right)^2 + 1} dx$$

$$= \frac{1}{4} \tan^{-1} \left(\frac{x}{2}\right) \times \frac{1}{\frac{1}{2}} + C$$

$$= \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{x}{2}\right) + C \quad \text{【1点】}$$

$$(8) \int \frac{x-4}{x^2-2x-3} dx$$

$$= \int \left(\frac{5}{4} \times \frac{1}{x+1} - \frac{1}{4} \times \frac{1}{x-3} \right) dx$$

$$= \frac{5}{4} \log |x+1| - \frac{1}{4} \log |x-3| + C$$

$$= \frac{1}{4} \log \left| \frac{(x+1)^5}{x-3} \right| + C \quad \text{【1点】}$$

学 部 名	1							学 科

2 置換積分を用いて, $\int x\sqrt{x^2-2} dx$ を求めよ.

$x^2 - 2 = t$ とおくと, $2x dx = dt$ であるから

$$\begin{aligned} \int x\sqrt{x^2-2} dx &= \frac{1}{2} \int \sqrt{t} dt \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{1}{\frac{1}{2}+1} t^{\frac{1}{2}+1} + C \\ &= \frac{1}{3} t^{\frac{3}{2}} + C \\ &= \frac{1}{3} (x^2 - 2)^{\frac{3}{2}} + C \quad \text{【1点】} \end{aligned}$$

(別解) $\sqrt{x^2-2} = t$, つまり, $x^2 - 2 = t^2$ とおくと, $x dx = t dt$. したがって,

$$\begin{aligned} \int x\sqrt{x^2-2} dx &= \int t \times t dt \\ &= \int t^2 dt \\ &= \frac{1}{2+1} t^{2+1} + C \\ &= \frac{1}{3} (\sqrt{x^2-2})^3 + C \end{aligned}$$

3 部分積分を用いて, $\int x^2 e^{2x} dx$ を求めよ.

$$\begin{aligned} &= \int x^2 \left(\frac{1}{2} e^{2x} \right)' dx \\ &= x^2 \times \frac{1}{2} e^{2x} - \int (x^2)' \times \left(\frac{1}{2} e^{2x} \right) dx \\ &= \frac{1}{2} x^2 e^{2x} - \int 2x \times \frac{1}{2} e^{2x} dx \\ &= \frac{1}{2} x^2 e^{2x} - \int x e^{2x} dx \\ &= \frac{1}{2} x^2 e^{2x} - \int x \left(\frac{1}{2} e^{2x} \right)' dx \\ &= \frac{1}{2} x^2 e^{2x} - \left\{ x \times \frac{1}{2} e^{2x} - \int (x)' \times \left(\frac{1}{2} e^{2x} \right) dx \right\} \\ &= \frac{1}{2} x^2 e^{2x} - \frac{1}{2} x e^{2x} + \frac{1}{2} \int e^{2x} dx \\ &= \frac{1}{2} x^2 e^{2x} - \frac{1}{2} x e^{2x} + \frac{1}{4} e^{2x} + C \\ &= \frac{1}{4} e^{2x} (2x^2 - 2x + 1) + C \quad \text{【1点】} \end{aligned}$$

学籍番号	1					学科	
氏名							