

1 変数分離形の微分方程式 $y' = -2xy^2$ の解を求めよ.

2 次の (1)~(4) の中から同次形の微分方程式を 1 つ選び、変数変換によって変数分離形の微分方程式に変形せよ.

(1) $xy' = 2y + 4x^2$

(2) $xyy' = 2y^2 + 4x^2$

(3) $xyy' = 2y^3 + 4x^2$

(4) $xyy' = 2y^2 + 4x^2 + 3$

3 線形微分方程式 $y' - 2y = e^x$ の解を求めよ.

4 ベルヌーイの微分方程式 $y' - 2y = -y^3$ を変数変換によって線形微分方程式に変形せよ.

5 次の各微分方程式に対し、完全ならば解を求め、完全でないならば積分因子を求めよ。

$$(1) (x^2 + y^2) dx - 2xy dy = 0$$

$$(2) \{(x + 1)e^x - e^y\} dx - xe^y dy = 0$$

6 次の定数係数線形同次微分方程式の一般解を求めよ。

$$(1) y'' - 3y' + 2y = 0$$

$$(2) y'' + 4y' + 4y = 0$$

$$(3) y'' - 2y' + 10y = 0$$

- 7 多項式 $f(t) = t^2 + bt + c$ (ただし, b, c は定数) に対し, 微分方程式 $f(D)y = 0$ の一般解は $y = c_1e^{2x} + c_2e^{-3x}$ であるとする. このとき, 微分方程式

$$\{2f(D-2) - f(D+3)\}y = x$$

の一般解を求めなさい.